Problemas Sobre Centroides

Alejandro Tellez[1]

[1]Instituto Tecnológico Superior Zacatecas Occidente

2 de abril de 2019

Resumen

A continuación se nos presentan dos ejemplos sobre centrodies a los cuales vamos a darles solución como lo estubimos haciendo en las clases respectivas a este tema.

Problema # 1.

Localice el centro de masa de la varilla homogénea con la forma de un arco circular.

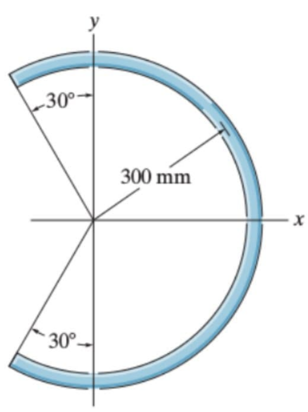

Figura 1: Imagen del problema 1.

Solución:

Paso 1.- Determinar el tipo de centroide.

Utilizamos el centroide de una linea.

$$X = \frac{\int_{\frac{-2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} x \ dL}{\int_{\frac{-2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} dL}$$

$$Y = \frac{\int_{\frac{-2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} y \ dL}{\int_{\frac{-2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} dL}$$

Paso 2.- Determinar el elemento diferencial.

$x = R\cos\theta$

$y = Rsen\theta$

$dL = Rd\theta$

Paso 3.- Resolver integrales y obtener resultado

$$X = \frac{\int_{\frac{-2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} R^2\cos\theta \ d\theta}{\int_{\frac{-2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} Rd\theta} = \frac{R^2\int_{\frac{-2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \cos\theta \ d\theta}{R\int_{\frac{-2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} d\theta} = \frac{\left[R^2 sen \ d\theta\right]_{\frac{-2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}}}{\left[R\theta \ \right]_{\frac{-2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}}}$$

$$X=\frac{R^2\left[sen\ \ \frac{2\pi}{3}-sen\left(\frac{-2\pi}{3}\right)\right]}{R\left[\frac{2\pi}{3}+\frac{2\pi}{3}\right]}$$

$$X = \frac{(0.3)(1.732)}{4.188} \ = \ 0.124$$

$$Y \quad = \quad \frac{\int_{\frac{-2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} R^2 sen\theta \ d\theta}{\int_{\frac{-2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} Rd\theta} = \quad \frac{R\int_{\frac{-2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} sen\theta \ d\theta}{R\int_{\frac{-2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} d\theta} = \frac{R[-\cos\theta]_{\frac{-2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}}}{[\theta\ ]_{\frac{-2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}}}$$

$$Y=\frac{R[(0.5)+(-0.5)]}{\frac{4\pi}{3}}= \ 0$$

Problema # 2.

Localice el centro de gravedad X de la barra homogénea en forma de arco semicircular. La varilla tiene un peso por unidad de longitud de 0.5 lb / ft. Además, determine la reacción horizontal en el soporte liso B y los componentes de reacción X asi mismo de Y en el punto A.

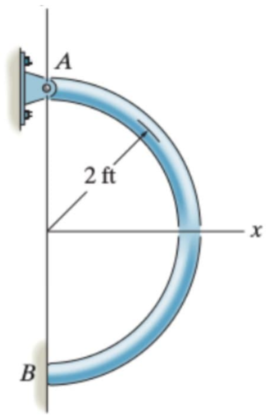

Figura 2: Imagen del problema 2.

Solución:

Paso 1.- Determinar el tipo de centroide.

Utilizamos el centroide de una linea.

$$X = \frac{\int_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x \ dL}{\int_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} dL}$$

$$Y = \frac{\int_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} y \ dL}{\int_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} dL}$$

Paso 2.- Determinar el elemento diferencial.

$x = 2\cos\theta$

$y = 2sen\theta$

$dL = 2 \ d\theta$

Paso 3.- Resolver integrales y obtener resultado.

$$X = \frac{\int_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 2\cos\theta \ 2d\theta}{\int_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 2d\theta} \ = \frac{[4 \ sen \ \ d\theta]_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}}{[2\theta\ ]_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}} \ = \ \frac{4}{\pi}$$

$$Y = \frac{\int_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 2sen\theta \ \ 2d\theta}{\int_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 2d\theta} \ = \frac{[4 \ (-\cos \ \ d\theta)]_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}}{[2\theta \ ]_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}} \ = \ \frac{3}{\pi}$$