

# Problemas sobre columnas

Fernanda Maldonado <sup>1</sup>

<sup>1</sup>Instituto Tecnológico Superior Zacatecas Occidente

13 de mayo de 2019

## Problema

La fórmula para la carga crítica de una columna fue derivada en 1757 por Leonhard Euler, el gran matemático suizo. El análisis de Euler se basó en la ecuación diferencial de la curva elástica:

$$\frac{d^2v}{dx^2} + \frac{P}{EI}v = 0$$

Encuentra la solución de esta ecuación y aplique las siguientes condiciones para obtener los valores de las constantes de una integración:

$$v|x = 0 = 0$$

$$v|x = L = 0$$

Finalmente explique como obtener el siguiente resultado:

$$P = n^2 \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

$$v = C_1 \text{sen } Ax + G \cos Ax$$

$$v = \frac{dv}{dx} C_1 A \cos Ax - G A \text{sen } Ax$$

$$v = \frac{d^2v}{dx^2} = -C_1 A^2 \text{sen } Ax - G A^2 \cos Ax$$

$$-C_1 x^2 \text{sen } Ax - G x^2 \cos Ax + \left(\frac{P}{EI}\right) (C_1 \text{sen } Ax + G \cos Ax) = 0$$

$$-C_1 x^2 \text{sen } Ax - G x^2 \cos Ax + C_1 \left(\frac{P}{EI}\right) \text{sen } Ax + G \left(\frac{P}{EI}\right) \cos Ax = 0$$

$$C_1 \text{sen } Ax \left(\frac{P}{EI} - x^2\right) + C_2 \cos 2Ax \left(\frac{P}{EI} - x^2\right) = 0$$

$$\frac{P}{EL} = A^2 \quad A = \sqrt{\frac{P}{EL}}$$

$$v = C_1 \text{sen } \sqrt{\frac{P}{EI}} x + C_2 \cos \sqrt{\frac{P}{EI}} x$$

$$a(b+c) \quad a = ab+ac$$

Calculando los valores de las constantes C1 y C2

$$v = 0 \quad I \quad x = 0$$

$$v = 0 \quad I \quad x = L$$

$$x = 0$$

$$v = 0$$

$$C_1 \text{sen } \sqrt{\frac{P}{EI}} \cos + C_2 \cos \sqrt{\frac{P}{EI}} (0) = 0$$

Para  $v = 0$   $I$   $x = L$

$$v(x = L) = C_1 \sin \sqrt{\frac{P}{EI}}L = 0$$

$$\sin \left( \sqrt{\frac{P}{EI}}L \right) = 0$$

$$\sqrt{\frac{P}{EI}}L = n\pi$$

$$Pu = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

$$P = \frac{n^2 \pi^2 EI}{L^2}$$