

Problema sobre el teorema de Varigon

María Fernanda Maldonado Luna¹

¹Instituto Tecnológico Superior Zacatecas Occidente

26 de marzo de 2019

Resumen

Teorema de Varignon(Mecánica). Es un concepto usado en mecánica es el principio de momentos, al cual se le llama a veces Teorema de Varignon. Este principio establece que el momento de una fuerza con respecto a un punto es igual a la suma de los momentos de las componentes de la fuerza con respecto al punto. La prueba se obtiene directamente de la ley distributiva del producto cruz. (JEzeQ, 2012)

Solución:

1. Definir \vec{r} y \vec{F}

$$\vec{r} = (4i + 5j + 3k) \text{ ft}$$

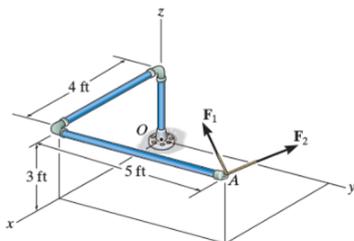
$$\vec{F}_1 = \{100i - 120j + 75k\}$$

$$\vec{F}_2 = \{-200i + 250j + 100k\}$$

2. Realizar el producto cruz.

Problema 1.

Si $F_1 = \{100i - 120j + 75k\}$ y $F_2 = \{-200i + 250j + 100k\}$, determine el momento resultante producido por estas fuerzas sobre el punto O. Expresé el resultado como un vector cartesiano.



i	j	k
4	5	3
100	-120	75

Figura 1: Producto cruz 1

Realizando las operaciones correspondientes:

$$\begin{aligned} & i(5)(75) - (-120)(3) - j(4)(75) - (100)(3) + \\ & k(4)(-120) - (100)(5) \\ & = 735i - 980k \end{aligned}$$

i	j	k
4	5	3
-200	250	100

Figura 2: Producto cruz 2

Realizando las operaciones correspondientes:

$$\begin{aligned}
 & i(5)(100) - (250)(3) - j(4)(100) - \\
 & (-200)(3) + k(4)(250) - (-200)(5) \\
 & = -250i - 1000j + 2000k
 \end{aligned}$$

Ahora solo se suma los resultados del producto cruz 1 con el del producto cruz 2 como se muestra a continuación:

i	j	k
735	0	-980
-250	-1000	2000

Figura 3: Suma de los productos cruz

3. Resultado.

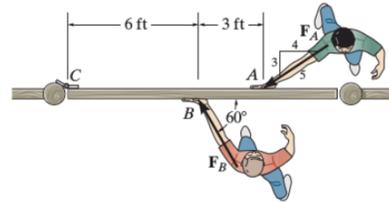
De la suma se obtiene que el momento resultante es de:

$$485i - 1000j + 1020k$$

Problema 2.

Dos niños empujan la puerta como se muestra. Si el chico en B ejerce una fuerza

de $F_B = 30lb$, determina la magnitud de la fuerza que el chico en A debe ejercer para evitar que la puerta gire. Descuidar el grosor e la puerta.



Solución:

1. Definir \vec{r} y \vec{F}

$$r_{AX} = 9ft$$

$$r_{BX} = 6ft$$

$$F_{BY} = (30lb) (\sin 60^\circ)$$

$$F_{AY} = -FA \left(\frac{3}{5}\right)$$

Como se puede observar en la imagen, para que la puerta no gire al sumar los momentos el resultado tiene que ser cero.

$$\vec{M}_A + \vec{M}_B = 0$$

De donde:

$$r_A \cdot F_A + r_B \cdot F_B = 0$$

Además como el problema se encuentra en 2D el producto cruz quedaría de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 & (R_{AX} F_{AY} - R_{AY} F_{AX}) k + \\
 & (R_{BX} F_{BY} - R_{BY} F_{BX}) i = 0
 \end{aligned}$$

2. Realización del producto cruz.

$$(9ft) \left(-\frac{3}{5}FA\right) + (6ft)(30lb)(\sin 60^\circ) = 0$$

$$-\frac{3}{5}FA(9ft) + (6ft)(30lb)(\sin 60^\circ) = 0$$

$$\frac{3}{5}FA(9ft) = (6ft)(30lb)(\sin 60^\circ)$$

De lo cual se obtiene :

$$FA = \frac{(5)(6ft)(30lb)(\sin 60^\circ)}{(3)(9ft)} = 28.86lb$$

Referencias

JEzeQ. (2012). Teorema de Varignon. <http://educacionjegg.blogspot.com/2012/09/teorema-de-varignon.html>. Retrieved from <http://educacionjegg.blogspot.com/2012/09/teorema-de-varignon.html>