LINEAS DE ESPERA

Tania Guadalupe Avila-Amador
Instituto Tecnológico Superior Zacatecas Occidente

INTRODUCCIÓN

Una línea de espera es el efecto resultante en un sistema cuando la demanda de un servicio supera la capacidad de proporcionar dicho servicio. Este sistema está formado por un conjunto de entidades en paralelo que proporcionan un servicio a las transacciones que aleatoriamente entran al sistema. Una línea de espera puede modelarse como un proceso estocástico. El objetivo es determinar qué nivel de servicio, ya sea por cantidad de entidades o por la velocidad de ellas, proporcionar para minimizar el costo total del sistema.

MODELO GENERAL DE COLAS DE POISSON

Se basa en el comportamiento a largo plazo o de estado estable de la situación de colas, alcanzado después de que sistema ha estado en operación durante un tiempo suficiente mente largo. El modelo general asume que tanto las tasas de entrada como de salidas dependen del estado, lo que significa que dependen de la cantidad de clientes en la instalación de servicio.

PROBLEMA: B&K GROCERIES

En el modelo de B&K del ejemplo visto en clase, suponga que el tiempo entre llegadas en el área de cajas es exponencial con media de 6 minutos y que el tiempo en la caja por cliente también es exponencial con media de 15 minutos. Determine las probabilidades de estado estable, Pn para todas las n.

SOLUCIÓN

Se recibe un cliente por cada 6 minutos.

$\lambda_n = \lambda = 10$ clientes/hora.

$\mu_1 = 4\ clientes\ por\ hora \quad n = 0, 1, 2, 3...$

$\mu_2 = 8\ clientes\ por\ hora \quad n = 4, 5, 6...$

$\mu_3 = 12\ clientes\ por\ hora \quad n = 7, 8....$

PARA CALCULAR VALORES DE P:

$$P_1 = \frac{10}{4} = P_0$$

$$P_2 = \left(\frac{10}{4}\right)\left(\frac{10}{4}\right)P_0 = \left(\frac{10}{4}\right)^2 P_0$$

$$P_3 = \left(\frac{10}{4}\right)\left(\frac{10}{4}\right)\left(\frac{10}{4}\right)P_0 = \left(\frac{10}{4}\right)^3 P_0$$

$$P_4 = \left(\frac{10}{4}\right)\left(\frac{10}{4}\right)\left(\frac{10}{4}\right)\left(\frac{10}{4}\right) = \left(\frac{10}{8}\right)\left(\frac{10}{4}\right)^3 P_0$$

$$P_5 = \left(\frac{10}{4}\right)\left(\frac{10}{4}\right)\left(\frac{10}{4}\right)\left(\frac{10}{4}\right)\left(\frac{10}{4}\right) = \left(\frac{10}{8}\right)^2\left(\frac{10}{4}\right)^2 P_0$$

$$P_6 = \left(\frac{10}{4}\right)\left(\frac{10}{4}\right)\left(\frac{10}{4}\right)\left(\frac{10}{4}\right)\left(\frac{10}{4}\right)\left(\frac{10}{4}\right) = \left(\frac{10}{8}\right)^3\left(\frac{10}{4}\right)^2 p_0$$

$$P_{n\geq 7} = \left(\frac{10}{4}\right)^3\left(\frac{10}{8}\right)^3\left(\frac{10}{12}\right)^{n-6} P_0$$

Ahora se realiza la suma de P, la cuál tiene que ser igual a 1.

$$P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_{n\geq 7} = 1$$

$$P_0 + \frac{10}{4}P_0 + \left(\frac{10}{4}\right)^2 P_0 + \left(\frac{10}{4}\right)^3 P_0 + \left(\frac{10}{8}\right)\left(\frac{10}{4}\right)^2 P_0$$
$$+ \left(\frac{10}{8}\right)^2\left(\frac{10}{4}\right)^3 P_0 + \left(\frac{10}{8}\right)^3\left(\frac{10}{4}\right)^3 P_0$$
$$+ \left(\frac{10}{4}\right)^3\left(\frac{10}{8}\right)^3\left(\frac{10}{12}\right)^{n-6} = 1$$

Se procede a factorizar.

$$\frac{\left\{1+\frac{10}{4}+\left(\frac{10}{4}\right)^2+\left(\frac{10}{4}\right)^3+\left(\frac{10}{4}\right)^3\left(\frac{10}{8}\right)+\left(\frac{10}{4}\right)^3\left(\frac{10}{8}\right)^2\right\}}{\left\{+\left(\frac{10}{4}\right)^3\left(\frac{10}{8}\right)^3+\left(\frac{10}{4}\right)^3\left(\frac{10}{8}\right)^3\left(\frac{10}{12}\right)^{n-6}\right\}}$$

$$P_0\left[69.32 + \left(\frac{10}{4}\right)^3\left(\frac{10}{8}\right)^3\left\{1 + \left(\frac{10}{12}\right) + \left(\frac{10}{12}\right)^2 + ...\right\}\right] = 1$$

Ahora se utiliza la serie geométrica:

$$P_0 = \left\{69.32 + \left(\frac{10}{4}\right)^3\left(\frac{10}{8}\right)^3\left[\frac{1}{1-\frac{10}{12}}\right]\right\} = 1$$

$$P_0 = \frac{1}{69.32+\left(\frac{10}{4}\right)^3\left(\frac{10}{8}\right)^3\left[\frac{1}{1-\frac{10}{12}}\right]} = 3.96^{-3}$$

Finalmente se obtiene que el valor de P0 es:

$$P_0 = 3.96^{-3}$$

CONCLUSIONES

Todas las personas en algún momento hemos formado parte de una cola en espera de ser atendidos. Es por eso que se han implementado una serie de métodos que ayudan a optimizar recursos y tiempo para empresas que ofrecen servicios y productos. Esperar es parte de la vida diaria del ser humano. los principales implicados en una situación de colas son el cliente y el servidor, desde que el cliente llega al lugar ya se observa un tiempo de llegada y el servicio es en base o bien, es en relación al tiempo de servicio por cliente. Existen disciplinas que representan el orden de la atención próxima de los clientes. En vista de lo anterior, es que se han idealizado modelos de colas, en los cuales se expone el orden que se le dará mediante cálculos matemáticos para hacer mas optimo el tiempo de atención, y dejar de lado la espera del cliente, ya que a las personas les aburrirá esperar un largo tiempo por esperar su turno.