

PROBLEMA ACERCA DE LA LINEA DE ESPERA

Edith Avila-Moreno

Instituto Tecnológico Superior Zacatecas Occidente

INTRODUCCIÓN

Se conoce como linea de espera a una hilera formada por uno o varios clientes que aguardan para recibir un servicio. Los clientes pueden ser personas, objetos, maquinas que requieren mantenimiento, contenedores con mercancías en espera de ser embarcados o elementos de inventario a punto de ser utilizados.

Estas lineas de espera se forman a causa de un desequilibrio que es temporal entre la demanda de un servicio y la capacidad del sistema para as suministrarlo.

METODOLOGÍA

El modelo general asume que tanto las tasas de entrada como de salida dependen del estado. Lo que significa que estas dependen de la cantidad de clientes en la instalación de un servicio.

PROBLEMA

En el modelo de B&K del ejemplo visto en clase, suponga que el tiempo entre llegadas en el área de cajas es exponencial con media de 6 minutos y que el tiempo en la caja por cliente también es exponencial con media de 15 minutos. Determine las probabilidades de estado estable, P_n para todas las n .

SOLUCIÓN

$$\mu_n = 4 \text{ clientes por hora} \quad n = 0, 1, 2, 3$$

$$\mu_n = 8 \text{ clientes por hora} \quad n = 4, 5, 6$$

$$\mu_n = 12 \text{ clientes por hora} \quad n = 7, 8$$

$$P_n = \left(\lambda n - 1\lambda - \frac{2 \dots \lambda 0}{\mu_n \mu_{n-1} \dots \mu_1} \right) p_0, n = 1, 2$$

$$P_1 = \left(\frac{10}{4} \right) P_0$$

$$P_2 = \left(\frac{10}{4} \right) \left(\frac{10}{4} \right) P_0 = \left(\frac{10}{4} \right)^2 P_0$$

$$P_3 = \left(\frac{10}{4} \right) \left(\frac{10}{4} \right) \left(\frac{10}{4} \right) = \left(\frac{10}{4} \right)^3 P_0$$

$$P_4 \left(\frac{10}{8} \right) \left(\frac{10}{4} \right) \left(\frac{10}{4} \right) \left(\frac{10}{4} \right) P_0 = \left(\frac{10}{8} \right) \left(\frac{10}{4} \right)^3 P_0$$

$$P_5 = \left(\frac{10}{8} \right) \left(\frac{10}{8} \right) \left(\frac{10}{4} \right) \left(\frac{10}{4} \right) \left(\frac{10}{4} \right) = \left(\frac{10}{8} \right)^2 \left(\frac{10}{4} \right)^3 P_0$$

$$P_6 = \left(\frac{10}{8} \right) \left(\frac{10}{8} \right) \left(\frac{10}{8} \right) \left(\frac{10}{4} \right) \left(\frac{10}{4} \right) \left(\frac{10}{4} \right) \dots$$

$$\dots = \left(\frac{10}{8} \right)^3 \left(\frac{10}{4} \right)^3 P_0$$

$$P_7 = \left(\frac{10}{12} \right) \left(\frac{10}{8} \right) \left(\frac{10}{8} \right) \left(\frac{10}{8} \right) \dots$$

$$\dots \left(\frac{10}{4} \right) \left(\frac{10}{4} \right) \left(\frac{10}{4} \right) = \left(\frac{10}{4} \right)^3 \left(\frac{10}{8} \right)^3 \left(\frac{10}{12} \right)^{n-6}$$

SUSTITUIR:

$$P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_7 = 1$$

$$P_0 + \left(\frac{10}{4} \right) P_0 + \left(\frac{10}{4} \right)^2 P_0 + \left(\frac{10}{4} \right)^3 P_0 + \left(\frac{10}{8} \right) \left(\frac{10}{4} \right)^3 P_0 \dots$$

$$\dots + \left(\frac{10}{8} \right)^2 \left(\frac{10}{4} \right)^3 P_0 + \left(\frac{10}{8} \right)^3 \left(\frac{10}{4} \right)^3 \dots$$

$$\dots + \left(\frac{10}{4} \right)^3 \left(\frac{10}{8} \right) + \left(\frac{10}{12} \right)^{n-6} = 1$$

$$P_0 \left\{ 1 + \frac{10}{4} + \left(\frac{10}{4} \right)^2 + \left(\frac{10}{4} \right)^3 + \left(\frac{10}{4} \right)^3 \left(\frac{10}{8} \right) + \left(\frac{10}{4} \right)^3 \left(\frac{10}{8} \right)^2 \dots \right\}$$

$$\dots \left\{ + \left(\frac{10}{4} \right)^3 \left(\frac{10}{8} \right)^3 + \left(\frac{10}{4} \right)^3 + \left(\frac{10}{8} \right) + \left(\frac{10}{12} \right)^{n-6} \right\} = 1$$

$$P_0 \left\{ 69.32 + \left(\frac{10}{4} \right)^3 \left(\frac{10}{8} \right)^3 \left\{ 1 + \left(\frac{10}{12} \right) + \left(\frac{10}{12} \right)^2 + \dots = 1 \right\} \right\}$$

$$P_0 \left\{ 69.32 + \left(\frac{10}{4} \right)^3 \left(\frac{10}{8} \right)^3 \left[\frac{1}{1 - \frac{10}{12}} \right] \right\} = 1$$

$$P_0 = \frac{1}{69.32 \left(\frac{10}{4} \right)^3 \left(\frac{10}{8} \right)^3 \left[\frac{1}{1 - \frac{10}{12}} \right]} = 3.96^{-3}$$

CONCLUSIÓN

El análisis de lineas de espera es de gran interés para los gerentes porque este afecta al diseño, la planificación de la capacidad, a la de distribución de espacio, la administración de los inventarios y la programación.