

Problemas acerca de líneas de espera

Rosa Zaldivar-Avila

Instituto Tecnológico Superior Zacatecas Occidente

INTRODUCCIÓN

En este trabajo se verán como hay distintos modelos para las líneas de espera, pues eso de esperar es parte de nuestra vida diaria, esperamos en un banco, en un restaurante y claro, y para que al momento de esperar por parte del cliente y del que esta ofreciendo el servicio no sea muy tardado, existen distintos modelos el cual nos ayuda a tener un mejor control o saber que es lo que se necesita para hacer mas rapido el proceso y esos modelos son: **modelos de nacimiento y muerte puros y el modelo de colas general de POISSON**, que de este ultimo que se menciona se tratara el problema que se mostrara mas adelante.

MODELO DE COLAS GENERAL DE POISSON

Este tipo de análisis contrasta con el comportamiento transitorio (o de calentamiento) que prevalece durante el inicio de la operación del sistema. El modelo general asume que tanto las tasas de entrada como de salida dependen del estado; osea que dependen de la cantidad de clientes en la instalación de servicio.

PROBLEMA

B&K Groceries (en el modelo de B&K del ejemplo visto en clase), suponga que el tiempo entre llegadas en el área de cajas es exponencial con media de 6 minutos y que el tiempo en la caja por cliente también es exponencial con media de 15 minutos. Determine las probabilidades de estado estable, P_n para todas las n .

Solución

$$\lambda_n = \lambda = 10 \text{ clientes}$$

$$\mu_n: 4 \text{ clientes/hora } n=0,1,2,3$$

$$8 \text{ clientes /hora } n=4,5,6$$

$$12 \text{ clientes /hora } n= 7,8$$

Para:

$$P_1 = \frac{10}{4} P_0$$

$$P_2 = \left(\frac{10}{4}\right)^2 P_0$$

$$P_3 = \left(\frac{10}{4}\right)^3 P_0$$

$$P_4 = \left(\frac{10}{8}\right) \left(\frac{10}{4}\right)^3 P_0$$

$$P_5 = \left(\frac{10}{8}\right)^2 \left(\frac{10}{4}\right)^3 P_0$$

$$P_6 = \left(\frac{10}{8}\right)^3 \left(\frac{10}{4}\right)^3 P_0$$

$$P_{\geq 7} = \left(\frac{10}{4}\right)^3 \left(\frac{10}{8}\right)^3 \left(\frac{10}{12}\right)^{n-6} P_0$$

El valor de P_0 se determina sumando todas las P que tenemos y nos tiene que dar 1.

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_{\geq 7}$$

$$P_0 + \left(\frac{10}{4}\right) P_0 + \left(\frac{10}{4}\right)^2 P_0 + \left(\frac{10}{4}\right)^3 P_0 + \left(\frac{10}{8}\right) \left(\frac{10}{4}\right)^3 P_0 +$$

$$\left(\frac{10}{8}\right)^2 \left(\frac{10}{4}\right)^3 P_0 + \left(\frac{10}{8}\right)^3 \left(\frac{10}{4}\right)^3 P_0 +$$

$$\left(\frac{10}{4}\right)^3 \left(\frac{10}{8}\right)^3 \left(\frac{10}{12}\right)^{n-6} P_0 = 1$$

Factorizando

$$P_0 \left\{ 1 + \frac{10}{4} + \left(\frac{10}{4}\right)^2 + \left(\frac{10}{4}\right)^3 + \left(\frac{10}{4}\right)^3 \left(\frac{10}{8}\right) + \left(\frac{10}{4}\right)^3 \left(\frac{10}{8}\right)^2 + \right. \\ \left. \left(\frac{10}{4}\right)^3 \left(\frac{10}{8}\right)^3 + \left(\frac{10}{4}\right)^3 \left(\frac{10}{8}\right)^3 \left(\frac{10}{12}\right)^{n-6} \right\} = 1$$

$$P_0 \left\{ 69.32 + \left(\frac{10}{4}\right)^3 \left(\frac{10}{8}\right)^3 \left[\frac{1}{1 - \frac{10}{12}} \right] \right\} = 1$$

$$P_0 = \frac{1}{69.32 + \left(\frac{10}{4}\right)^3 \left(\frac{10}{8}\right)^3 \left[\frac{1}{1 - \frac{10}{12}} \right]} = 3.96 \times 10^{-3}$$

CONCLUSIÓN GENERAL

Mediante estos métodos nos podemos dar cuenta que nos ayudan a lo que es encontrar el estado estable del sistema y determinar una capacidad de servicio apropiada, pues a lo largo del tiempo se producen llegadas de clientes a la cola de un sistema desde una determinada fuente demandando un servicio. Los servidores del sistema seleccionan miembros de la cola según sea el proceso que estén manejando y así ven como les es mas fácil atender a los clientes.