

Problemas línea de espera

Yesenia Martinez¹

¹Instituto Tecnológico Superior Zacatecas Occidente

20 de junio de 2018

Resumen

Una línea de espera puede modelarse como un proceso estocástico en el cual la variable aleatoria se define como el número de transacciones en el sistema en un momento dado; el conjunto de valores que puede tomar dicha variable es $\{0, 1, 2, \dots, N\}$ y cada uno de ellos tiene asociada una probabilidad de ocurrencia.

Introducción

Tanto en el tiempo de servicio como las entradas al sistema son fenómenos que generalmente tienen asociadas fuentes de variación que se encuentran fuera de control del tomador de decisiones, de tal forma que se hace necesaria la utilización de modelos estocásticos que permitan el estudio de este tipo de sistemas. Es por esto que a continuación se muestra un ejercicio el cual nos ayudara al entendimiento del mismo.

Ejercicio

En el modelo de B&K del ejemplo visto en clase, suponga que el tiempo entre llegadas en el área de cajas entre llegadas en el área de cajas es exponencial con media de 6 minutos y que el tiempo en la caja por cliente también es exponencial con media de 15 minutos. Determine las probabilidades de estado estable, P_n para todas las n .

Solución

$\lambda = 10$ clientes por hora

4 clientes

$M = 8$ clientes

12 clientes

De lo cual surge lo siguiente

Para:

$$P_1 = \frac{10}{4} P_0$$

$$P_2 = \left(\frac{10}{4}\right)^2 P_0$$

$$P_3 = \left(\frac{10}{4}\right)^3 P_0$$

$$P_4 = (10/8) (10/4)^3 P_0$$

$$P_5 = (10/8)^2 (10/4)$$

$$P_6 = (10/8)^3 (10/4)^2$$

$$P_{n>7} = (10/4)^3 (10/8) (10/12)$$

\selectlanguague{english}[?]

\selectlanguague{english}[?] P_n=1

n=0

Después sustituimos los valores

$$P_0 + (10/4) P_0 + (10/4)^2 P_0 + (10/4)^3 P_0 + (10/8) (10/4)^3 P_0 + (10/8)^2 (10/4)^3 P_0 + (10/8)^3 (10/4)^3 P_0 + (10/4)^3 (10/8) (10/12) = 1$$

$$P_0 + (10/4)^2 (10/8)^3 (10/12) = 1$$

Integramos de tal manera que coincida con lo anterior y damos solución

$$P_0 \left[1 + (10/4) + (10/4)^2 + (10/4)^3 + (10/8)(10/4)^3 + (10/8)^2 (10/4)^3 + (10/8)^3 (10/4)^3 + (10/4)^3 (10/8) (10/12) \right] = 1$$

$$P_0 + (10/4)^2 (10/8)^3 (10/12) = 1$$

$$P_0 \left[69.32 + (16/4)^3 (10/8)^3 + (10/12) + (10/17)^2 \right] = 1$$

$$P_0 \left[69.32 + (10/4)^3 (10/8)^3 (1/1 - 10/12) \right] = 1$$

Por ultimo reflejamos el resultado final

$$P_0 = \frac{1}{69.32 + (10/4)^3 (10/8)^3 (1/1 - 10/12)} = 3.96 \times 10^{-6}$$

Conclusión

Tal como nos dimos cuenta la teoría de colas es el estudio matemático de las colas o de las líneas de espera. La formación de las colas es, por supuesto, un fenómeno común que ocurre siempre que la demanda efectiva de un excede a la oferta.

La teoría de colas en si no resuelve directamente le problema, pero contribuye con la información vital que se requiere para tomar las decisiones concernientes prediciendo algunas características sobre la línea de espera: probabilidad de que se formen, el tiempo de espera.

