Problemas sobre columnas

Ruben Puente-Grijalva
Instituto Tecnológico Superior Zacatecas Occidente

***Abstract*—Para resolver una ecuacio lineal, debemos proponer una solucion que lo satisfaga.**

EN EL SIGUIENTE PROBLEMA RESOLVEREMOS EL CASO DE LAS COLUMNAS, DE ACUERDO A LO VISTO EN LA CLASE, CON LO CUAL SE REALIZA LA ECUACION.

La formula para la carga critica de una columna fue derivada en 1751 por Leonhard Euler, el gran matemático suizo. El análisis de Euler se baso en la ecuación diferencial de la curva elástica.

$\frac{d^2v}{dx^2}$

Equilibrio del momento

$M \ = PV$

$EL\frac{d^2v}{dc^2} = -Pv$

$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{Pv}{El}$

Solución:

$\frac{d^2v}{dx^2} + \left(\frac{P}{El}\right)v = 0$

$V = C1 \sin lx + C2 \cos lx$

$V = \frac{dv}{dx} = C1 \ \lambda \ \cos \ \lambda x \ - \ C2 \ \lambda \ \sin \ \lambda x$

$V = \frac{d^2v}{dx^2} = -C1 \ \ \lambda^2 \ \sin \ \lambda x - \ C2 \ \lambda^2 \ \cos \ \lambda x$

$-C1\lambda^2 \ \sin \ \lambda x \ - \ C2\lambda^2 \cos \lambda x \ + \ \frac{p}{El} \ + (C1 \ \sin \ \lambda x \quad C2 \ \cos \ \ \lambda x) = 0$

$-C1\lambda^2 \ \sin \lambda x \ - \ C2\lambda^2 \cos \ \ \lambda x \ + \ C1\frac{p}{El} \sin \ \ \lambda x \ + C2\frac{p}{El} \cos \lambda x = 0$

$C1 \ \sin \ \lambda x \ \frac{p}{El} - \lambda^2 + \ C2 \ \cos \ \lambda x \left(\frac{p}{El}\right) - \lambda^2 = 0$

$\frac{p}{El} = \lambda^2 \qquad \lambda = \sqrt{\frac{p}{El}}$

Valor de las constantes C1 y C2

V=0 I X=0

V=0 I X=L

X=0 V=0

$C1 \ \sin \ \sqrt{\frac{p}{El}(0)} + C2 \ \cos \ \sqrt{\frac{p}{El}(0)} = 0$

C2=0

Para v=0 I x=L

$v = \ lx = l = C1 \ \sin \ \sqrt{\frac{p}{El}}L = 0$

$Sin \ \sqrt{\frac{P}{El}}L = 0$

$\sqrt{\frac{p}{El}}L = n\pi$

Elevamos todo al cuadrado para poder despejar P

$\frac{P}{El}L^2 = n^2\pi^2$

$P = \frac{n^2\pi^2 El}{L^2}$

Para calcular la carga critica hacemos n=1

$Pcr = \frac{\pi^2 El}{L^2}$

representa que tanto se pandea la columna