

Problemas sobre el teorema de Varignon

Jesús Alejandro Herrera-Fernández
 Instituto Tecnológico Superior Zacatecas Occidente

Teorema de varignon

El teorema de Varignon es visto, gracias al empleo del cálculo vectorial, como una obviedad. Sin embargo, en su época tuvo una relevancia fundamental, ya que las fuerzas no eran vistas como vectores con un módulo, dirección y sentidos dados, sino como entequeias tremendamente abstractas cuyo tratamiento se veía complicado por una difícil e ineficaz semántica y simbología (que la notación de **leibnz** vino a solventar), y por el empleo de técnicas geométricas muy ingeniosas pero difíciles de tratar.

Su enunciado, según la terminología actual, vendría a ser:

Dadas varias fuerzas concurrentes, el momento resultante de las distintas fuerzas es igual al momento de la resultante de ellas, aplicada en el punto de concurrencia.

donde se entiende como fuerzas concurrentes aquellas cuyas rectas soporte (que pasan por el punto de aplicación y llevan la dirección de la fuerza) se cortan en un punto O.

Resuelva correctamente los siguientes problemas

1. $F_1 = \{100i - 120j + 75\} \text{ lb}$ y $F_2 = \{-200i + 250j + 100k\} \text{ lb}$, determine el momento resultante producido por estas fuerzas sobre el punto O. Exprese el resultado como un vector cartesiano.

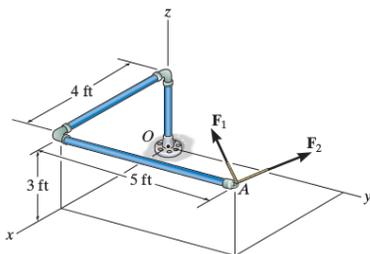


Figura 1. F4-12

Solución:

$$r_{ab} = 4i + 5j + 3k$$

$$F_1 = 100i - 120j + 75k$$

$$F_2 = -200i + 250j + 100k$$

Entonces:

$$M_{ot} = \vec{M}_{o1} + \vec{M}_{o2}$$

$$M_{o1} = \vec{r}_a \times F_1$$

$$M_{o2} = \vec{r}_b \times F_2$$

Pero antes:

$$F_R = -100i + 130j + 175k$$

$$M_o = \vec{r}_a \times F_R = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 4 & 5 & 3 \\ -100 & 130 & 175 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} i & j \\ 4 & 5 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} j & k \\ 130 & 175 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} i & k \\ 4 & 3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} i & j \\ -100 & 130 \end{vmatrix}$$

$$= 875i - 300j + 520k$$

$$= -390i - 700j + 500k$$

Juntamos las i con las i y así sucesivamente con las dos letras entonces nos queda:

El momento resultante es:

$$\Sigma M_o = 435i - 1000j + 1020k$$

4-14. Dos niños empujan la puerta como se muestra. Si el niño en B ejerce una fuerza de $F_B = 30 \text{ lb}$, determina la magnitud de la fuerza F_A que el niño en A debe ejercer para prevenir la puerta de girar. Desprecie el grosor de la puerta.

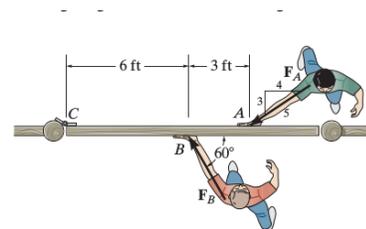


Figura 2. Niños

Solución:

$$M_{ac} = \Sigma Fd$$

$$M_{ac} = 0 = 30 \sin 60 (6) = F_A \left(\frac{3}{5} \right) (9) =$$

$$F_A = 28.9 \text{ lb}$$