

Trabajo practico 4 Termodinamica

naanim27¹ and Mara Pedroso¹

¹Affiliation not available

December 1, 2018

Estudio del comportamiento de la fuerza viscosa.

Asignatura: Mecánica y Termodinámica(Catedra Pablo Balenzuela)

Autoras: Pedroso Mara

Resumen

En esta experiencia de laboratorio el objetivo es estudiar el movimiento de caída de una esfera en el seno de un fluido, analizando en particular el comportamiento de la fuerza viscosa. Empleando 3 esferas de aluminio y con radios distintos, se busca encontrar cuál es la relación entre las velocidades. Se pudo estimar el valor del coeficiente de viscosidad del fluido (η) a partir de la ley de Stock y utilizando el programa tracker. El valor obtenido de $\eta = (1,957 \pm 0,003) \text{ g/cm}\cdot\text{s}$.

Introducción

En la caída de una esfera por un fluido viscoso la velocidad tiende a un valor constante cuando alcanza su velocidad limite (a diferencia de caída libre, donde la velocidad es proporcional al tiempo). Una forma de entender este movimiento es suponer que hay una fuerza opuesta al movimiento que depende de la velocidad del objeto: la fuerza viscosa. Esta es una fuerza característica del fluido, opuesta a la velocidad (es decir al movimiento) y proporcional a su módulo. Además un objeto más grande sufre una fuerza mayor, o sea que la fuerza viscosa depende también del tamaño del objeto.

En esta experiencia se va a utilizar esferas de aluminio para calcular η utilizando la ley de Stokes definida a continuación.

La **ley de Stokes** se refiere a la fuerza de fricción experimentada por objetos esféricos moviéndose en el seno de un fluido viscoso [1]. En general es válida en el movimiento de partículas esféricas pequeñas moviéndose a velocidades bajas. Puede escribirse como :

$$|Fv| = 6.\pi.h.v.f(R) [1]$$

donde: Fv es la fuerza viscosa, $f(R)$ es la manera en que la fuerza viscosa depende del radio de la esfera, se utilizó $F(R)=R$ y se determina en la experiencia, v es la velocidad y la viscosidad del fluido.

Ahora se plantea el esquema de fuerzas que actúan sobre la esfera en el fluido:

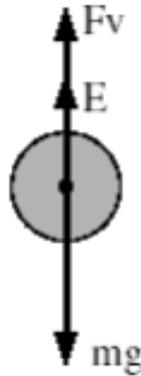


Figure 1: Diagrama de cuerpo libre de una esfera en el seno de un fluido viscoso. Donde $m.g$ es el peso de la esfera, E es el empuje que hace el fluido sobre la esfera y F_v es la fuerza viscosa del fluido.

Si se analiza las fuerzas (fig 1) y se aplica la primera ley de Newton, que establece que " *Todo cuerpo permanecerá en reposo o con un movimiento rectilíneo uniforme a no ser que una fuerza actúe sobre él*" {2}, se obtiene:

$$P - E - F_v = m.a \quad [2]$$

Donde \mathbf{P} es el peso, que es igual a la masa por la gravedad ($m.g$), si se reemplaza la masa que es igual a la densidad por el volumen de la esfera se obtiene:

$$P = r_{esf} \cdot V_{esf} \cdot g \quad [3]$$

\mathbf{E} es el empuje y se conoce que según el principio de Arquímedes "todo cuerpo sumergido en un fluido experimenta un empuje vertical y hacia arriba igual al volumen del fluido desalojado" {3}, por lo tanto se describe de la siguiente manera:

$$E = r_{liq} \cdot V_{esf} \cdot g \quad [4] \quad \text{donde } \rho_{liq} \text{ es la densidad del líquido}$$

Al principio, cuando la esfera comienza a caer, el empuje es menor que el peso porque la esfera está cayendo. Cuando la velocidad empieza a aumentar, también aumenta la fuerza viscosa y la esfera se acelera hasta llegar a una velocidad límite constante, por ende, la aceleración adopta el valor cero y las fuerzas se compensan. Cuando esto sucede se plantean las ecuaciones:

$$P - E - F_v = 0 \quad [5]$$

despejando se obtiene la Fuerza viscosa

$$F_v = P - E \quad [6]$$

Teniendo en cuenta que el volumen de una esfera es igual a $\frac{4}{3}\pi R^3$ [7] donde \mathbf{R} es el radio de la esfera y reemplazando las ecuaciones [3] y [4] en la ecuación [6] se obtiene:

$$F_v = -r_l \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot R^3 \cdot g + r_e \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot R^3 \cdot g$$

$$F_v = \frac{4}{3}\pi \cdot R^3 \cdot g (r_e - r_l) [8]$$

Ahora se puede obtener la expresión de la velocidad límite reemplazando la ecuación [8] en [1] y despejando la velocidad.

$$h = \frac{2}{9} \cdot \frac{g(r_e - r_l)}{\text{english}V_{\text{lim}} \cdot R^2} [9]$$

donde \mathbf{V} es la velocidad de caída de las partículas (velocidad límite) y $\boldsymbol{\eta}$ es la viscosidad del fluido. De esta manera, se obtiene una expresión para la Viscosidad.

Para hallar el valor de $\boldsymbol{\eta}$ se utilizaron 3 esferas de distinto tamaño, se obtuvieron los datos de las densidades de la esfera y del liquido, se midió el radio, y la velocidad límite se obtuvo con la pendiente del gráfico de la posición en función del tiempo de la esfera.

La medición de la densidad del fluido se realizó con un densímetro (fig 2). Este es un instrumento de medición que sirve para determinar la densidad relativa de los líquidos sin necesidad de calcular antes su masa y volumen. Normalmente, está hecho de vidrio y consiste en un cilindro hueco con un bulbo pesado en su extremo para que pueda flotar en posición vertical. El densímetro se introduce vertical y cuidadosamente en el líquido hasta que flote libre y verticalmente. A continuación, se observa en la escala graduada en el vástago del densímetro su nivel de hundimiento en el líquido; esa es la lectura de la medida de densidad relativa del líquido. En líquidos “ligeros” el densímetro se hundirá más que en líquidos más densos.

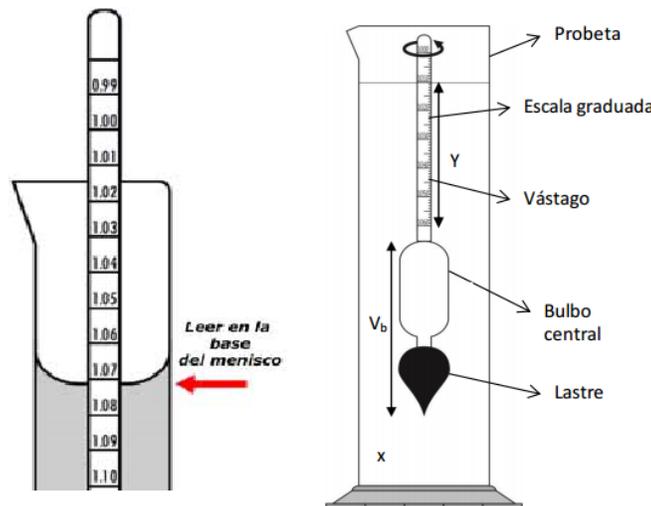


Figure 2: Esquema de densímetro.

Para el análisis del movimiento de las esferas se utilizó el programa TRACKER que es un software libre que permite el análisis de movimientos (y otras situaciones reales) en una y dos dimensiones. El programa permite extraer en tablas y gráficos, los valores de diferentes magnitudes. En este caso se utiliza: Posición-tiempo para cada esfera.

Desarrollo experimental

Primera parte: calculo de velocidad límite

En el laboratorio se cuenta con probetas que se llenan con un fluido viscoso, en este trabajo práctico con detergente. Luego se trabajan con esferas de aluminio de distintos tamaños, a las que se les mide su diámetro (para calcular el radio) y su peso. Se sueltan las bolitas de a una y se estudia si el movimiento alcanza una velocidad límite. Para lo cual se trabajó con el celular para realizar las filmaciones y obtener los videos, y con el programa TRACKER descrito previamente en la introducción, se procedió a seguir su movimiento. En este último se va a marcar un objetivo de seguimiento, para lo cual se elije un eje de coordenadas, un sistema de referencia de 20,5 cm y una diferencia de contraste (entre la esfera y el fluido) definido por un recuadro que rodea a la esfera.

Finalmente se traquea y llega a obtener los datos de posición en función del tiempo.

Con estos datos y sus respectivos errores se realizó el gráfico de posición vs. tiempo en el Origin.

Para el error de la posición se utilizó una medida de referencia que abarca casi todo el largo de la probeta (trayecto de la esfera) por lo tanto, se puede despreciar el error de la posición.

Desde el Origin se gráfico la posición vs. tiempo para cada esfera, y de las pendientes se obtienen las velocidades límites y sus respectivos errores.

ἄλκυλο δε η

Con la ecuación [9] se obtiene η . Ahora bien, este valor tiene que ser el mismo para todas las masas. Para calcular el error se debe realizar una propagación de errores para cada variable de dicha ecuación.

Medición de densidades

Para la densidad de las esferas se utilizó la fórmula $d = \frac{m_{esfera}}{V_{esfera}}$, siendo m la masa de cada esfera y V el volumen calculado con la siguiente fórmula [7].

Para la medición de la densidad del líquido se utilizó un densímetro que se introdujo en la probeta llena de detergente y cuando alcanzó el equilibrio (dejó de moverse) se anotó el valor correspondiente.

Resultados y discusiones

Cálculo de velocidad límite :

Se utilizaron 3 esferas cuyos valores de masas, radios, volúmenes y densidades con sus respectivos errores son los siguientes:

A continuación se realizó los gráficos de posición en función del tiempo para cada una de las esferas, todos resultaron en ecuaciones lineales. A modo ilustrativo se muestra el gráfico de posición vs. tiempo (fig.3) para una de las esferas:

Esfera	Peso(g)	Error peso(g)	Diámetro(cm)	Radio(cm)	Error R(cm)	Volumen(cm ³)	Error vol.(cm ³)	Densidad(g/cm ³)	Error den.(g/cm ³)
1	0.11	0.01	0.3	0.15	0.0	0.01	3.99e-08	7.78	0.25
2	0.52	0.01	0.5	0.25	0.0	0.07	3.08e-07	7.95	0.01
3	0.91	0.01	0.6	0.3	0.0	0.11	6.39e-07	8.05	0.0

Table 1: Datos de las esferas

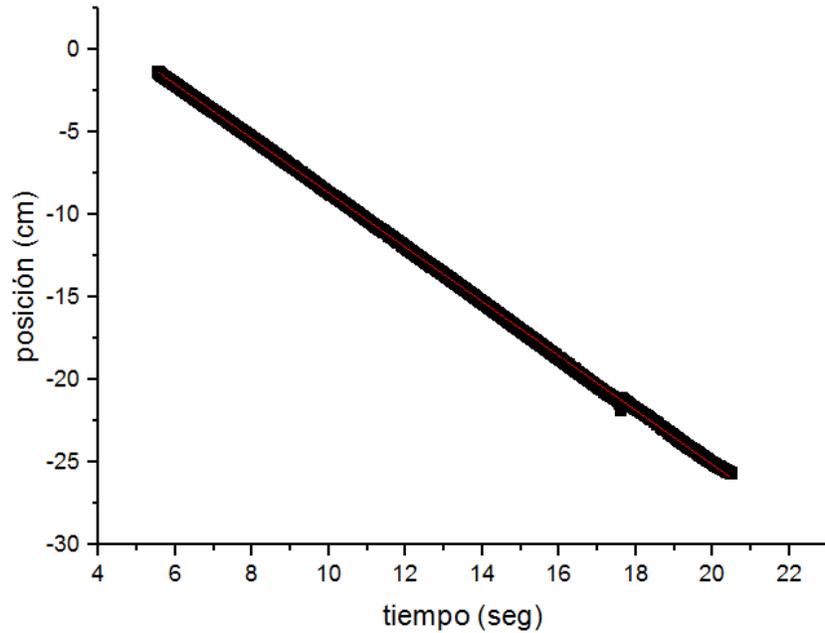


Figure 3: Gráfico posición vs tiempo de la esfera de masa 0,11g. Los errores se tuvieron en cuenta a la hora de realizar el gráfico, pero debido a la escala utilizada y a que se tomaron muchos puntos no se pueden observar en el gráfico.

Se observan los valores de las velocidades límites y su respectivos errores (tabla 2). Las velocidades límites fueron obtenidas de las pendientes de los gráficos posición vs tiempo de cada esfera.

Se observa que a medida que aumenta el tamaño de la esfera aumenta su velocidad límite (tabla 2).

Esfera	(V. lim \pm [?]V)cm/s
1	2375 \pm 019
2	4508 \pm 120
3	5707 \pm 095

Table 2: Valores de las velocidades límites con sus respectivos errores y unidades.

αλκυλο δε η

A partir de la ecuación [9] se obtuvieron 3 valores de la viscosidad, η_1 : (1,393 \pm 0,003) g/s.cm, η_2 : (2,080 \pm 0,003) g/s.cm y η_3 : (2,398 \pm 0,003) g/s.cm.

Si bien el valor de η debería ser igual en todos los casos ya que el líquido usado es el mismo en todo los casos, en esta experiencia no fue así, dieron resultados diferentes e incluso los intervalos no se solapan. Esto podría deberse a errores experimentales al momento de medir la velocidad por ejemplo, la definición de los videos no era muy buena por lo que esto pudo afectar el gráfico de posición vs. tiempo.

Si hacemos un promedio obtenemos un valor de $\eta = (1,957 \pm 0,003) \text{ g/cm}\cdot\text{s}$.

El valor de la densidad del líquido calculada con el densímetro es: $(1,041 \pm 0,001) \text{ g/cm}^3$

El valor normalizado de la gravedad es $(9,8066 \pm 0,0001)\text{m/s}^2 = (980,66 \pm 0,01)\text{m/s}^2 \{7\}$

Conclusión

Se pudo afirmar que el modelo del experimento describe el movimiento de las esferas en fluido viscoso: a medida que aumenta la velocidad, aumenta la fuerza viscosa y la aceleración es cada vez menor, hasta llegar a un punto donde se hace cero. Es allí cuando se alcanza la velocidad límite que se ha determinado para cada esfera. Se observa que a mayor tamaño de la esfera (mayor radio) su velocidad límite aumenta, debido a que es directamente proporcional a su radio. En cuanto al coeficiente de viscosidad el valor obtenido promediando los 3 valores de viscosidad es $\eta = (1,957 \pm 0,003) \text{ g/cm}\cdot\text{s}$, si bien los intervalos de los 3 coeficientes no se solapan, el valor debería ser el mismo ya que el fluido es el mismo, el error se asocia al desarrollo experimental.

Analizando este resultado $(195.7 \pm 30,2) \text{ cP}$ con otros valores de viscosidad pertenecientes a otros líquidos, como por ejemplo el agua que tiene un coeficiente de 1 cP y de detergentes sintéticos como de la marca Ala (882 cp) o Ayudín (497 cp), se puede observar que la jarra no contenía agua pura ya que dió una viscosidad mucho más elevada pero no tanto como los detergentes puros.

Algunas consideraciones importantes con respecto al valor obtenido y su incerteza, hay errores que no se pueden abordar como por ejemplo los que se deben a un error de medición en el software.

Apéndice

Error de radio: es el error del instrumento que se utilizó para medir el diámetro dividido dos. En este caso se utilizó un calibre de error $0,002 \text{ cm}$, entonces el error del radio es : $0,001 \text{ cm}$

Para el error de la posición se utilizó una medida de referencia que abarca casi todo el largo de la probeta (trayecto de la esfera) por lo que se puede despreciar el error de la posición.

Error del tiempo: se utilizó la mínima medida de muestra del traqueo : $0,03 \text{ seg}$.

Error de la densidad del líquido también es su mínima división: $0,001 \text{ g/cm}^3$

Error de η (ecuación 9)

$$Dh = \sqrt{\left(\frac{dh}{dg} \cdot Dg\right)^2 + \left(\frac{dh}{dr_l} \cdot Dr_l\right)^2 + \left(\frac{dh}{dr_e} \cdot Dr_e\right)^2 + \left(\frac{dh}{dR} \cdot DR\right)^2 - \left(\frac{dh}{dV_{lim}} \cdot DV_{lim}\right)^2}$$

Para cada derivada:

$$Dh(g) = \left(\frac{2}{9} \cdot \frac{(r_e - r_l)}{V_{\text{lim}}} \right)^2$$

$$\text{english} V_{\text{lim}} \cdot R^2 \cdot Dg^2$$

$$Dh(r_l) = \left(-\frac{2}{9} \cdot \frac{g}{V_{\text{lim}}} \cdot R^2 \cdot Dr_l \right)^2$$

$$Dh(r_e) = \left(\frac{2}{9} \cdot \frac{g}{V_{\text{lim}}} \cdot R^2 \cdot Dr_e \right)^2$$

$$Dh(R) = \left(\frac{4}{9} \cdot \frac{R \cdot g(r_e - r_l)}{V_{\text{lim}}} \right)^2$$

$$\text{english} V_{\text{lim}} \cdot DR^2$$

$$Dh(R) = \left(-\frac{2}{9} \cdot \frac{R^2 \cdot g(r_e - r_l)}{V_{\text{lim}}} \right)^2$$

$$\text{english} V_{\text{lim}}^2 \cdot DR^2$$

Bibliografía

Laboratorio de Física 1 (ByG) Guía 6: Viscosidad

{1} https://es.wikipedia.org/wiki/Ley_de_Stokes

{2} <https://www.vix.com/es/btg/curiosidades/4100/la-primera-ley-de-newton-ley-de-inercia>

{3} <http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/fluidos/estatica/arquimedes/arquimedes.htm>

{4} <https://www.henkel.mx/blob/574228/9d742c00e4379a51121f9d59dcb09fb7/data/357696-msds-viva-liquido-julio2014.pdf>

{5} <https://es.wikipedia.org/wiki/Aluminio>

{6} <https://es.scribd.com/doc/57554188/Test-Comparativo-de-Detergentes>

{7} <http://www.metas.com.mx/guiametas/La-Guia-MetAs-02-05-gl.pdf>