Circuits i Sistemes Lineals   Primer Treball Entregable

1. Apliqueu la transformació de Laplace a les equacions (1), (2), (3), (4) i (5) per tal d'algebritzarles. Considereu que les condicions inicials són zero en tots els casos i utilitzeu la següent nomenclatura per les variables transformades:

1.ym(t)=km·i(t)   Γ m(s)=km·I(s)

2.ym(t)-b·w(t)=J·a(t)   Γ m(s)-b Ω (s)=Js Ω (s)- Ω (0)   amb Ω (0)=0

3.ve(t)=ke·w(t)   Ve(s)=ke· Ω (s)

4. -vg(t)+R·i(t)+L·$\frac{di(t)}{dt}$+ve(t)=0   -Vg(s)+R·I(s)+LsI(s)+Ve(s)=0   amb I(0)=0

5.q(t)=d·w(t)   Q(s)=d Ω (s)

2. La figura 6 representa un possible diagrama de blocs del sistema ascensor. Basant-vos en les equacions obtingudes al pas anterior, completeu el diagrama especificant què cal posar dins de cada bloc en substitució del caràcter ≪?≫.

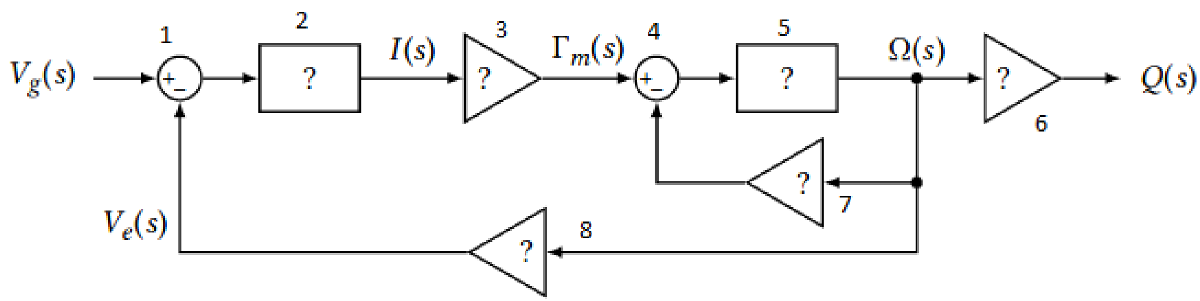


Figure 1:

El primer rectangle correspon a la transformació de Laplace de la part elèctrica de l'ascensor, on hi ha dues impedàncies(R i Ls). Estan en sèrie i, per tant, les hem de sumar. Així també podrem omplir el triangle de sota que compleix la tercera equació de la fce transformada. El primer triangleel deduïrem gràcies a la primera equació transformada.El segon triangle de dalt i el segon rectangle els omplirem gràcies a la segona equació. Només queda l'últim triangle que ressoldrem gràcies a la cinquena equació.

1. +

2. I(s) = $\frac{1}{R+Ls}$

3.k_m

4. -

5. Js

6.d

7.b

8.ke

3. En el pas 1 haureu obtingut un sistema de 5 equacions algebraiques. Resoleu-lo per tal de determinar la funció de transferència H(s)= Q(s)/Vg(s) en funció de les constants R, L, J, b, km, ke i d. Observeu que, havent determinat H(s)), la relació entre l'entrada i la sortida del model de l'ascensor es pot representar amb el diagrama de blocs de la figura 7.

Primer, juntarem les equacions 1 i 2.

km·I(s) = Js Ω (s) + b Ω (s)

I(s) = (Ω(s) · (Js+b))/km

Aïllem I(s) de les equacions 3 i 4:

ke · Ω(s) = Vg(s)-R · I(s)-LsI(s)

I(s)= (.ke · Ω(s) + Vg(s))/(R + Ls)

Ara igualem les equacions:

(Ω(s) · (Js+b))/km = (-ke · Ω(s) + Vg(s))/(R + Ls)

Ω(s) · (Js+b) · (R + Ls) = -km·ke · Ω(s) + kmVg(s)

Vg(s)=Ω(s) · (Js+b) · (R + Ls)/km + ke/(Js+b)

Tenint en compte que Ω(s) = Q(s)/d

Q(s)/Vg(s) = dkm/((Js + b) · (R+Ls) + km·ke)

H(s) = dkm/(JL(sˆ2+(R/L+b/J)s+(bR+kmke)/JL))

4. Utilitzeu els valors de la taula 1 per tal de trobar una versió numèrica de la funció de transferència obtinguda a l'apartat anterior.

Substituïnt els valors:

H(s)=$\frac{476{,}19}{s^2+32{,}38s+3047{,}62}$

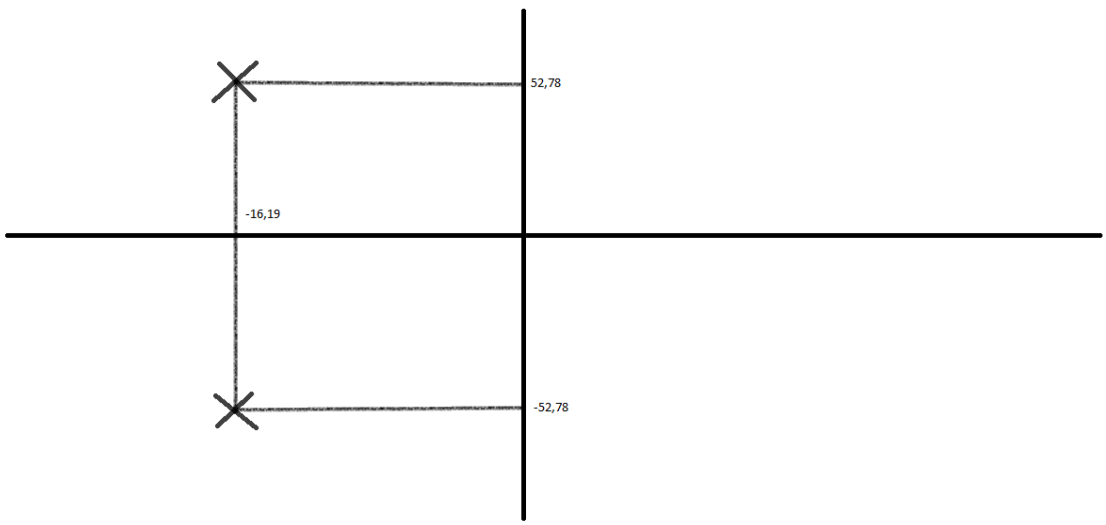
5. Representeu el diagrama de pols i zeros del sistema i discutiu la seva estabilitat.

$\frac{476,19}{s^2+32,38s+3074,62} = \frac{k_1}{s+16,19-52,78i} + \frac{k_1 \cdot}{s+16,19+52,78i}$

La relació de transferència H(s) conté dos pols però no conté cap zero. Per a trobar els pols hem de buscar les arrels del polinomi del denominador de H(s).

S1 = -16,19 + 52,78j

S2 = -16,19 - 52,78j



L'important del diagrama és la posició dels pols. En aquest cas, els pols tenen part real i aquesta és negativa, per tant, el sistema serà estrictament estable.

6. Calculeu l'expressió matemàtica de la velocitat lineal de translació q(t)que experimentarà la cabina de l'ascensor quan a l'entrada del motor hi apliquem sobtadament una tensió de 10 V. Una vegada determinada la resposta, indiqueu clarament:

*** El valor del coeficient d'esmorteiment i el tipus de resposta que s'obte (sub–, sobre– o criticament esmorteida).**

*** La durada del regim transitori d'aquest sistema, relacionant-lo amb el diagrama de pols-zeros dibuixat al pas 5.**

*** Finalment, utilitzeu Octave o qualsevol altra aplicacio per representar graficament la funcio q(t). Adjunteu la grafica al document que entregareu i comenteu la forma de la resposta que s'obte.**

Amb Vg=10V tenim que:

Q(s) = H(s) Vg = $\frac{4761{,}9}{s(s^2+32{,}38s+3047{,}62)}$ = $\frac{k_1}{s}$ + $\frac{k_2}{s+16{,}19-52{,}78i}$ + $\frac{k_2 \cdot}{s+16{,}19+52{,}78i}$

4761,9 = k1 (s+16,19-52,78i) (s+16,19+52,78i)+k2 s (s+16,19+52,78i)+k2* s (s+16,19-52,78i)

Ressolent aquesta equacio obtenim:

k1=1,56V

k2=0,82V

Angle(k2) = arctg($\frac{-0{,}78}{0{,}24}$) = 2,84 rad

q(t) = 1,56 u(t) + 1,64 $e^{-16{,}19t}$ cos(52,78t+2,84) u(t)

T= $\frac{1}{|Re|}$=$\frac{1}{|16{,}19|}$=0,062 s

Ara trobarem el valor del coeficient d'esmorteiment λ :

-λ · wo +/- wo · $\sqrt{l^2-1}$ = -16,19 +/- 52,78j

Dàquest sistema de dues equacions obtindrem que:

λ = 0,30

Ja que el valor del coeficient d'esmorteïment es troba entre el 0 i el 1, el sistema és estrictament estable i subesmorteït. Ara buscarem la durada del règim transistori, que és igual a 5 .

5 T= 0,31.

A la següent gràfica podrem veure la resposta forçada amb règim permanent de 1,56V i un règim transistori d'uns 0,3 segons que correspon a una oscil·lació subesmorteïda (resposta lliure).

7. Tornant altra vegada a les equacions transformades que heu determinat al pas 1, calculeu ara el quocient Y(s)= I(s)/ Ve(s). Noteu que aquest quocient té dimensions d'admitància, ja que es tracta del quocient entre les transformades d'un corrent i una tensió.

L'equació obtinguda a l'exercici 3 és la següent:

I(s) = (Ω(s) · (Js+b))/km

Substituïnt aquesta equació a Y(s)=I(s)/Ve(s) i sabent que Ve(s) = ke Ω(s) obtenim:

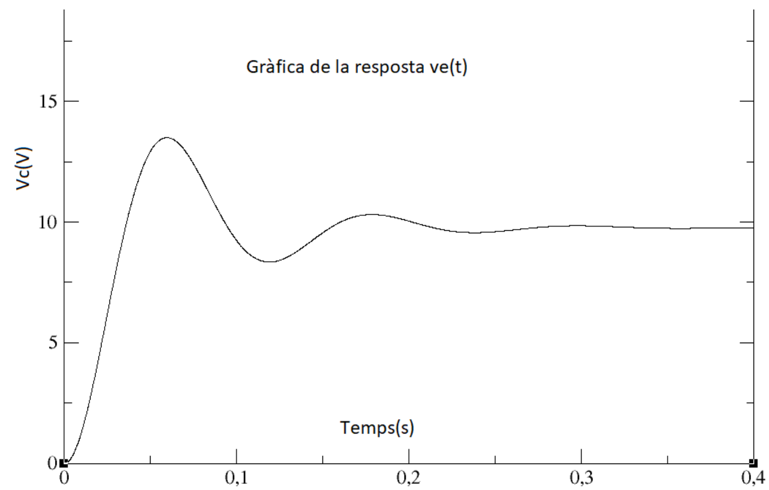


Figure 2: This is a caption

Y(s)=((Ω(s) · (Js+b))/km)/(ke · Ω(s)) = (Js+b)/(ke·km)

8. A partir del resultat anterior, justifiqueu que el circuit de la figura 8 és un model circuital equivalent de la part mecànica del sistema (en la figura 4, tot allò que hi ha des del símbol del motor cap a la dreta). Expresseu els valors dels elements Req i Ceq en funció dels paràmetres mecànics J, b, km i ke i calculant després el seu valor numèric.

Un sistema amb dos pols és equivalent a un sistema amb dos elements dinàmics (condensador o inductor). La part elèctrica del circuit ja té un inductor, per tant, la part mecànica ha de tenir un altre element dinàmic. I, efectivament, la part mecànica té un condensador equivalent i una resistència equivalent al fregament de la politja.

Ara calcularem l'admitància Y(s) d'aquest circuit sabent que la Y(s) del condensador és Cs i que la Y(s) d'una resistència és G:

$\frac{1}{Re}$+ Ce s = (Js+b)/(ke·km)

Ressolent l'anterior equació obtenim que:

Ce = J/(ke km)

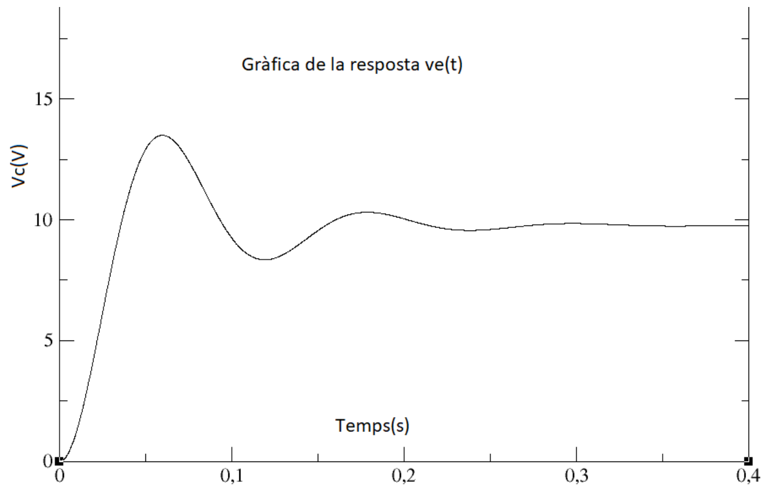
Re = (ke km)/b

Substituïnt pels valors matemàtics obtenim:

Ce = 6,71mF

Re = 62,6 Ω

9. A la figura 4, substituïu tota la part mecànica pel model circuital que acabeu de calcular. Com que ara ho heu reduït tot a un únic circuit, simuleu-lo en gnucap per tal d'obtenir la gràfica de la resposta ve(t)a la mateixa excitació que s'ha proposat al pas 6. Incorporeu la gràfica al document i comenteu els resultats, indicant si la resposta obtinguda ens podria servir o no per conèixer la velocitat vertical de la cabina de l'ascensor en funció del temps.



Codi a GNUCAP:

Gràfica Exercici 9

VG 1 0 DC 10

R1 1 2 1.5

Re 3 0 62.6

Le 2 3 50e-3 ic=0

Ce 3 0 6.71e-3 ic=0

.PRINT TRAN V(Ce)

.Tran 0 0.4 1e-4 UIC > salida.out

.End

El resultat obtingut a través de GNUCAP coincideix amb el resultat teòric calculat(sistema subesmorteït i estrictament estable). La sortida tendeix a 10V i el règim transistori dura uns o,3 segons.

Podem calcular la velocitat vertical de la cabina de l'ascensor combinant les equacions 3 i 5:

Equació 3: ve(t) = ke w(t)

Equació 5: q(t)= d w(t)

q(t) = d $\frac{ve(t)}{ke}$