Solución de problemas sobre centroides.

Guilbaldo chávez cisneros [1]

[1]Instituto Tecnológico Superior Zacatecas Occidente

1 de abril de 2020

Encuentre el centro de masa de la barra homogénea en forma de arco semicircular.

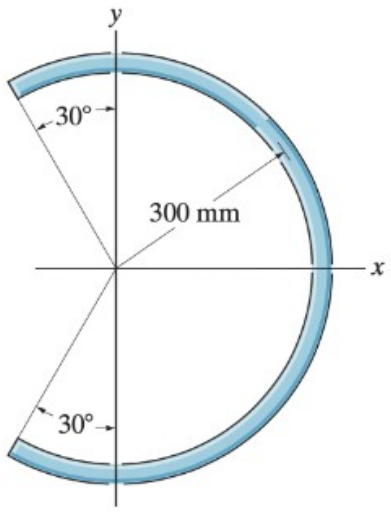

Figura 1: Barra homogénea.

Solución.

1. Utilizar coordenadas polares.

x= 300 cos 30° mm.

y= 300 sin 30° mm.

2. Definir el elemento diferencial.

dL= 300 dθ

3. Conocer los limites de integración.

Aquí se utiliza una regla de 3.

Como 180°= π

120°= ?

$\frac{120}{180} = \frac{2}{3}\pi$

entonces los limites de integración van de:

-120° a 120° ó $-\frac{2}{3}\pi$ a$\frac{2}{3}\pi$

4. Las coordenadas del centroide están ubicadas en:

X= 300 cos 30° mm.

Y= 300 sin 30° mm.

5. Ahora calculamos las ecuaciones para el centroide de una línea $\overline{x}$

$$\overline{x} = \frac{\int_{-\frac{2}{3}\pi}^{\frac{2}{3}\pi}(300\ \cos\ \theta)300\ d\theta}{\int_{-\frac{2}{3}\pi}^{\frac{2}{3}\pi}300\ d\theta} = \frac{90{,}000\int_{-\frac{2}{3}\pi}^{\frac{2}{3}\pi}(\cos\ \theta)\ d\theta}{300\int_{-\frac{2}{3}\pi}^{\frac{2}{3}\pi}d\theta} = \frac{300\int_{-\frac{2}{3}\pi}^{\frac{2}{3}\pi}(\cos\ \theta)\ d\theta}{\int_{-\frac{2}{3}\pi}^{\frac{2}{3}\pi}\ d\theta}$$

Como la integral de cos es sin sustituimos en cada uno de los limites:

$$= \frac{300\ [\sin\ \theta]}{[\theta]} = \frac{300\left(\sin\ \frac{2}{3}\pi - \left(\sin - \frac{2}{3}\pi\right)\ \right)}{\left(\frac{2}{3}\pi - \left(-\frac{2}{3}\pi\right)\right)}$$

Con la ley de los signos se hace positivo lo de arriba y lo de abajo y queda lo siguiente:

$$= \frac{300\left(\sin\ \frac{2}{3}\pi + sen\ \frac{2}{3}\pi\right)}{\left(\frac{2}{3}\pi + \frac{2}{3}\pi\right)} = \frac{519.6152}{\frac{4}{3}\pi}$$

Aquí aplicamos la ley de la tortilla y subimos el 3 para arriba y pasa multiplicando a los 519.6152 y se divide entre 4 $\boldsymbol{\pi}$:

$$\overline{x} = \frac{3(519.6152)}{4\pi}$$

y esto es igual a:

$\overline{x} = 124.048$

Ahora calculamos las ecuaciones para $\overline{Y}$.

$$\overline{Y} = \frac{\int_L dL}{\int_L dL} = \frac{\int_{-\frac{2}{3}\pi}^{\frac{2}{3}\pi} (300 \ \sin \ \theta) 300 \ d\theta}{\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} 300 \ d\theta} = \frac{90{,}000 \int_{-\frac{2}{3}\pi}^{\frac{2}{3}\pi} (\sin \ \theta) d\theta}{300 \int_{-\frac{2}{3}\pi}^{\frac{2}{3}\pi} \ d\theta} = \frac{300 \int_{-\frac{2}{3}\pi}^{\frac{2}{3}\pi} (\sin \ \theta) \ d\theta}{\int_{-\frac{2}{3}\pi}^{\frac{2}{3}\pi} d\theta}$$

Como la integral de sin es -cos sustituimos en cada uno de los limites:

$$= \frac{300[-\cos \ \theta]}{[\theta]} = \frac{300\left(-\cos \ \frac{2}{3}\pi - \left(-\cos \ \left(-\frac{2}{3}\pi\right)\right)\right)}{\left(\frac{2}{3}\pi - \left(-\frac{2}{}\pi\right)\right)}$$

Como -cos 2/3 π =0.5 y -cos -2/3 π =0.5 entonces restado 0.5-0.5=0 multiplicado por 300=0, por lo que nos queda de la siguiente manera:

$$\overline{Y} = \frac{0}{\frac{4}{3}\pi} = 0$$

$$\overline{Y} = 0$$

Nota.

No pude ponerle los limites para evaluar en los corchetes, por eso no aparecen en esa parte.