Problemas sobre centroides

Jesús Martínez-López[1]

[1]Instituto Tecnológico Superior Zacatecas Occidente

3 de abril de 2019

Resumen

En el siguiente documento se llevara a cabo la solución a diferentes problemas sobre centros de masa y centro de gravedad que abarcan el tema de centroides.

Problema 1.

Localice el centro de masa de la barra homogénea doblada en la forma de un arco circular.

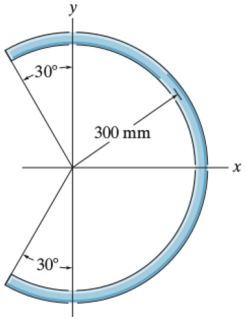


Figura 1: Imagen del problema 1.

Solución:

1. Determinar tipo de centroide que se debe calcular.

Utilizaremos el centroide de una linea, puesto a que es una barra.

2. Determinar el elemento diferencial.

Las expresiones son:

$$x = \frac{\int_L x\ dL}{\int_L dL}; \quad y = \frac{\int_L y\ dL}{\int_L dL}$$

$$x = R\cos\theta$$

$$y = R\sin\theta$$

$$dL = Rd\theta$$

3. Resolver integrales y obtener resultados.

$$x = \frac{\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} R^2\cos\theta\ d\theta}{\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} R\ d\theta} = \frac{R\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \cos\theta\ d\theta}{\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} d\theta}$$

$$= \frac{R[\sin\theta]_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}}}{|\theta|_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}}} = \frac{R\ \sqrt{3}}{\left[\frac{2\pi}{3}+\frac{2\pi}{3}\right]} = \frac{3\sqrt{3}R}{4\pi}$$

$$= 0.124mm\ \ = 124m.$$

$$y = \frac{\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} R^2\sin\theta\ d\theta}{\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} R\ d\theta} = \frac{R\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \sin\theta\ d\theta}{\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} d\theta}$$

$$= \frac{R[-\cos\theta]_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}}}{[\theta]_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}}} = \frac{R[0.5+(-0.5)]}{\frac{4\pi}{3}} = 0$$

Problema 2.

Localice el centro de gravedad x de la barra homogénea doblada en forma de arco semicircular. la barra tiene un peso por unidad de longitud de 0.5 lb/ft. Ademas, determine la reacción horizontal en el soporte liso B y las componentes x e y de reacción en el pin A.

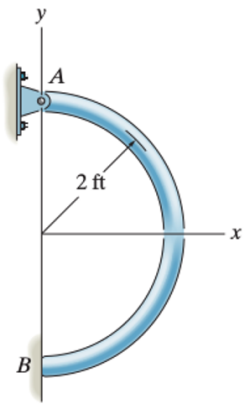


Figura 2: Imagen del problema 2.

Solución:

1. Determinar el centroide que se debe calcular.

El centroide a calcular es de linea ya que es un alambre.

2. Determinar el elemento diferencial.

Para determinarlo utilizaremos la siguiente expresión.

$$x = \frac{\int_L x\ dL}{\int_L dL}\ ;\quad y = \frac{\int_L y\ dL}{\int_L dL}$$

$$x = 2\cos\theta$$

$$y = 2\sin\theta$$

$$dL = 2\theta$$

3. Resolver las integrales y obtener resultados.

$$x = \frac{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 2\cos\theta\ \ 2d\theta}{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{2}{\pi}} 2\ d\theta} = \frac{4\ [\sin\theta]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}}{[2\theta]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}} = \frac{4}{\pi}$$

Para determinar las reacciones:

$$\Sigma\vec{F} = 0$$

$$\Sigma\vec{M} = 0$$

$$W = ro\ L = \left(0.5\frac{lb}{ft}\right)(\pi 2ft)$$

$$W = \pi\ lb$$

Para Ay:

$$Ay = W = \pi\ lb$$

Para Bx:

$$x = \frac{4}{\pi}ft$$

$$y = 2ft$$

$$Fy = -W = -\pi\ lb$$

$$rx = 0$$

$ry = 4ft$

$Fx = Bx$

$Fy = 0$

Resolver el momento y despejar para obtener
Bx.

$\left(\frac{4}{\pi} ft\right)(-\pi\ lb) - (-4ft)\, Bx = 0$

$-4ft\ lb + 4ft\ Bx$

$4ft\ Bx = 4ft + lb$

Despejar Bx.

$Bx = 1lb$

$\Sigma Fx = 0$

$Bx - Ax = 0$

$Bx = Ax = 1lb.$