Problemas sobre columnas

Jesús Martínez-López[1]

[1]Instituto Tecnológico Superior Zacatecas Occidente

13 de mayo de 2019

Resumen

En el siguiente documento se llevara a cabo una investigación acerca de un problema sobre columnas.

La formula para la carga critica de una columna fue derivada en 1757 por Leonhard Euler, el gran matemático suizo. El análisis de Euler se baso en la ecuación diferencial de la curva elástica:

$\frac{d^2v}{dx^2} + \frac{P}{EL}v = 0$

Encuentra la solución de esta ecuación y aplique las siguientes condiciones para obtener los valores de las constantes de integración.

$v|x = 0 = 0$

$v|x = L = 0$

Finalmente explique como obtener el siguiente resultado:

$P = n^2 \frac{\pi^2 EL}{L^2}$

Solución:

$v = C_1 \ sen \ Ax + G \cos Ax$

$v = \frac{dv}{dx} C_1 \ A \ \cos \ Ax \ - G \ A \ sen \ Ax$

$v = \frac{d^2v}{dx^2} = -C_1 \ A^2 \ 5m \ X_x - 6x^2 \cos X_X$

$-C_1 \ x^2 \ sen \ Ax \ - \ G \ x^2 \cos \ Ax \ + \left(\frac{P}{EI}\right) (C_1 \ sen \ Ax + G \ \cos \ Ax \ ) = 0$

$-C_1 \ x^2 \ sen \ Ax \ - G \ x^2 \cos \ Ax \ . \ C_1 \left(\frac{P}{EI}\right) sen \ Ax \ + G \ \left(\frac{P}{EI}\right) \cos \ Ax \ = 0$

$C_1 \sin \ Ax \ \left(\frac{P}{EI} - x^n\right) + C_2 \ \cos \ 2 \ Ax \ \left(\frac{P}{EI} - x^2\right) = 0$

$\frac{P}{EL} = A^2 \qquad A = \sqrt{\frac{P}{EL}}$

$v = C_1 \ sen \ \sqrt{\frac{P}{EI}} + C_2 \ \cos \ \sqrt{\frac{P}{EI}}$

$a\,(b + c) \qquad a = ab + ac$

Calculando los valores de las constantes C1 y C2

$v = 0 \ \ I \ \ x = 0$

$v = 0 \ \ I \ \ x = L$

$x = 0$

$v = 0$

$C_1 \ sen \ \sqrt{\frac{P}{EI}} \cos \ + C_2 \ \cos \ \sqrt{\frac{P}{EI}}\,(0) = 0$

Para $\ v = 0 \quad I \quad x = L$

$$v\left(x=L\right)=C_1\ \sin\ \sqrt{\frac{P}{EI}}L=0$$

$$\sin\left(\sqrt{\frac{P}{EL}}L\right)=0$$

$$\sqrt{\frac{P}{EI}}L=n\pi$$

$$Pu=\frac{\pi^2EI}{L^2}$$

$$P=\frac{n^2\pi^2EI}{L^2}$$