

Problemas sobre el teorema de Varignon

Gerardo Bautista-Valdez¹

¹Instituto Tecnológico Superior Zacatecas Occidente

26 de marzo de 2019

Resumen

En el siguiente documento se encuentran dos ejercicios que tratan sobre el teorema de Varignon, que son de mucha importancia para obtener el momento que se realiza a través de la fuerza compacta a un brazo de referencia.

Problema 1

$F_1 = (100i - 120j + 75k)$ lb y $F_2 = (-200i + 250j + 100k)$ lb, determine el momento producido por estas fuerzas sobre el punto O. Exprese el resultado como un vector cartesiano

F4-12. If $F_1 = \{100i - 120j + 75k\}$ lb and $F_2 = \{-200i + 250j + 100k\}$ lb, determine the resultant moment produced by these forces about point O. Express the result as a Cartesian vector.

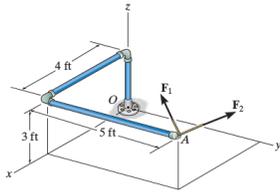


Figura 1: Problema 1 (Tubería).(Tubería).

Solución

Paso 1: Definir \vec{r} y \vec{F} .

$F_1 = (100i - 120j + 75k)$ lb y $F_2 = (-200i + 250j + 100k)$ lb

$\vec{r}_A = 4i + 5j + 3k$

Paso 2: Realizar el producto cruz.

$$F_1 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 4 & 5 & 3 \\ 100 & -120 & 75 \end{vmatrix}$$

Figura 2: Para obtener i, se debe rayar la columna de si misma en este caso i.

$$F_1 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 4 & 5 & 3 \\ 100 & -120 & 75 \end{vmatrix}$$

Figura 3: Para obtener j, se debe rayar la columna de si misma en este caso j.

$$F_1 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 4 & 5 & 3 \\ 100 & -120 & 75 \end{vmatrix}$$

Figura 4: Para obtener k, se debe rayar la columna de si misma en este caso k.

Se obtiene del producto cruz de F1 lo siguiente.

$$F1 = i(375 - (-360)) - j(300 - 300) + k(-480 - 500) = 735i - 980k$$

$$F1 = 735i - 980k$$

En seguida se obtiene el producto cruz de F2.

$$F2 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 4 & 5 & 3 \\ -200 & 250 & 100 \end{vmatrix}$$

Figura 5: Para obtener i, se debe rayar la columna de si misma en este caso i.

$$F2 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 4 & 5 & 3 \\ -200 & 250 & 100 \end{vmatrix}$$

Figura 6: Para obtener j, se debe rayar la columna de si misma en este caso j.

$$F2 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 4 & 5 & 3 \\ -200 & 250 & 100 \end{vmatrix}$$

Figura 7: Para obtener k, se debe rayar la columna de si misma en este caso k.

Se obtiene del producto cruz de F2 lo siguiente.

$$F2 = i(500 - 750) - j(400 - (-600)) + k(1000(-1000)) = -250i - 1000j + 2000k$$

$$F2 = -250i - 1000j + 2000k$$

Paso 3: Obtener el resultado.

En seguida se suma lo de F1 y F2 para obtener el valor del resultado en este caso del momento (\vec{M}_O)

$$\vec{M}_O = F1 + F2$$

$$\vec{M}_O = i(750 - 250) + j(-1000) + k(-980 + 2000) = 485i - 1000j + 1020k$$

El momento de las fuerzas del punto A que producen en el punto O es:

$$\vec{M}_O = 485i - 1000j + 1020k$$

Problema 2

Dos muchachos empujando sobre la compuerta como se muestra. Si el chico en B ejerce una fuerza de $F_B = 30$ lb, determine la magnitud de la fuerza F_A que debe ejercer el niño A a la puerta para que no gire. Ignore lo grueso de la puerta.

4-14. Two boys push on the gate as shown. If the boy at B exerts a force of $F_B = 30$ lb, determine the magnitude of the force F_A the boy at A must exert in order to prevent the gate from turning. Neglect the thickness of the gate.

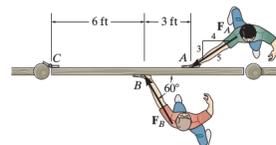


Figura 8: Ejercicio 2 (Equilibrio de la puerta).

Solución

Primer paso: Definir \vec{r} y \vec{F}

$$\vec{M}_A \text{ y } \vec{M}_B = 0$$

$$FA = \frac{155.88}{5.4} = 28.86 \text{ lb}$$

$$\vec{r}_{XA} = 9 \text{ ft}$$

La magnitud de la fuerza que debe ejercer el niño del punto A son 28.86 libras esto para que no de giro la puerta.

$$\vec{r}_{XB} = 6 \text{ ft}$$

$$F_{AX} = -FA \cos \theta_A = -\frac{4}{5}FA$$

$$F_{AY} = -FA \sin \theta_A = -\frac{3}{5}FA$$

$$F_{BX} = -FB \cos 60$$

$$F_{BY} = FB \sin 60$$

Paso 2: Obtener \vec{M}_1 Y \vec{M}_2 .

Como se puede observar en la figura 8 existen varios momentos por lo que se tienen que sumar para obtener \vec{M}_O .

Obtener \vec{M}_1 con la formula $(rx_Fy - ry_Fx)$

$$\vec{M}_1 = (6)(30 \sin 60) - (0)(-30 \cos 60) = 155.88$$

$$\vec{M}_1 = 155.88$$

Obtener \vec{M}_2 .

$$M_2 = (9)\left(-\frac{3}{5}\right) - (0)\left(-\frac{4}{5}\right) = -5.4 FA$$

Pasa 3: Obtener resultado.

$$\vec{M}_O = \vec{M}_1 + \vec{M}_2$$

$$\vec{M}_O = 155.88 + (-5.4 FA)$$

Ahora pasamos el - 5.4 FA al lado izquierdo quedando lo siguiente:

$$5.4 FA = 155.88$$

Entonces el 5.4 esta multiplicando pasa dividiendo al 155.88 como se muestra a continuación: