Problemas sobre centroides

Gerardo Bautista-Valdez[1]

[1]Instituto Tecnológico Superior Zacatecas Occidente

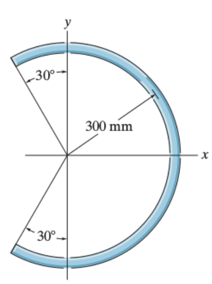
4 de abril de 2019

Resumen

Los siguientes problemas están realizados para calcular el área de un arco, así como el centro de gravedad de dicho arco con características distintas.Todo esto basado en el tema de centro de gravedad, centro de masa y centroide.

Problema 1

Calcule el área de la barra homogénea doblada en la forma de un arco circular.



Solución

Paso 1: Usamos el centroide de una área, que se representa con las siguientes formulas.

$x^{-}=\frac{\int_A x^{\sim}\ dA}{\int_A dA}$ y $y^{-}=\frac{\int_A y^{\sim} dA}{\int_A dA}$

Paso 2: Determinar.

$x^{\sim} = R\cos\theta$

$y^{\sim} = R\sin\theta$

$dA = Rd\theta$

Paso 3: Resolver integrales y obtener resultado.

Comenzamos resolviendo x^{-}que quedaría de la siguiente manera, considerando que el limite va de $-\frac{2\pi}{3}a\ \frac{2\pi}{3}$ bueno comencemos a resolver lo que vale x^{-}.

$$x^{-}=\frac{\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} R^2\cos\theta d\theta}{\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} Rd\theta}$$

$$x^{-} = \frac{R\left(\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \cos\theta\right)}{\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} d\theta}$$

Integramos coseno para obtener seno y sustituimos los que vale θ.

$$x^{-} = \frac{R\left[\left(\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)-sen\left(-\frac{2\pi}{3}\right)\right)\right]}{\left(\frac{2\pi}{3}+\frac{2\pi}{3}\right)}$$

Obtendremos los valores correspondientes de la anterior operación anterior, pero ahora R multiplicara al resultado que se tiene arriba; considerando que R es igual a 0.3 metros.

$x^{-} = \frac{((0.3)(1.732))}{4.189} = 0.124\ m$

Entonces el valor de $x^{-} = 0.124\ m$

Resolvemos y^{-}.

$$y^{-} = \frac{\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} R^2 \sin\theta d\theta}{\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} R d\theta}$$

$$y^{-} = \frac{R\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \sin d\theta}{\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} d\theta}$$

Integramos seno para obtener -coseno y sustituimos θ.

$$y^{-} = \frac{\left[\left(-\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)+\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right)\right)\right]}{\left(\frac{2\pi}{3}+\frac{2\pi}{3}\right)}$$

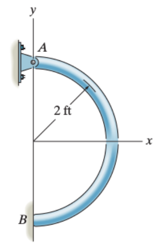
Obtendremos los valores correspondientes de la anterior operación anterior, pero ahora R multiplicara al resultado que se tiene arriba; considerando que R es igual a 0.3 metros.

$y^{-} = \frac{((0.3)(0))}{4.189} = 0$

Entonces el valor $y^{-} = 0$

Problema 2

Localice el centro de gravedad x^{-} de la barra homogénea doblada en forma de arco semicircular. La barra tiene un peso por unidad de longitud de 0.5 lb / ft. Además, determine la reacción horizontal en el soporte liso B y las componentes x e y de reacción en el punto A.



Solución

Paso 1: Usamos el central de una línea, que se representa con las siguientes formulas.

$x^{-} = \frac{\int_L x^{\sim} dw}{\int_L dw}$

Paso 2: Determinar.

$x^{\sim} = 2\cos\theta$

$y^{\sim} = 2\sin\theta$

$dL = 2\ d\theta$

Paso 3: Resolver integrales y obtener resultado.

Comenzamos resolviendo $x^{\sim}$ ya que con el resultado tendremos para sacar lo que valen los puntos que se piden.

$$x^{\sim} = \frac{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 2\cos\theta\ 2\ d\theta}{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 2\ d\theta}$$

Integramos para cambiar de coseno a seno.

$$x^{\sim} = \frac{4[\sin\theta]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}}{[2\theta]_{-\frac{2}{2}}^{\frac{\pi}{2}}}$$

Esto nos da igual a:

$x^{\sim} = \frac{4}{\pi} ft$

Comenzamos a determinar lo que vale Ax, Ay, Bx y By.

$\Sigma\vec{F} = 0$

$\Sigma\vec{M} = 0$

$\Sigma Fx = 0$

Para determinar los datos anteriores es necesario saber el valor de W que es de gran importancia.

$W = \left(0.5\ \frac{lb}{ft}\right)(\pi\ 2ft) = \pi\ lb$

Así que Así que $W = \pi\ lb$

Determinamos Bx que es igual a:

Bx-Ax $= 0$

Usamos la formula de $(rxFy - ryFx)$.

$rx = \left(\frac{4}{\pi}\right) ft$

$Fy = (-\pi\ lb)$

$ry = (-4\ ft)$

$Fx = Bx$

Estos datos los acomodamos en la formula anterior.

$\left(\frac{4}{\pi}\right) ft\,(-\pi\ lb) - (-4\ ft)\,Bx = 0$

$-4\ ft.lb + 4\ ftBx = 0$

$4\ ftBx = 4\ ft.lb$

$Bx = \frac{4}{4}lb = 1lb$

Pero nos dice que $Bx = Ax$ por lo tanto Bx y By equivalen a 1lb.

Ahora calculamos Ay, que esto es igual a:

$Ay - W = 0$

$Ay = W$

Por lo que sabemos que W vale $\pi\ lb$, entonces:

$Ay = \pi\ lb$