

Problemas sobre centroides.

Josue Neri¹

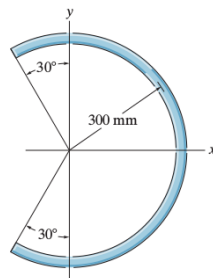
¹Affiliation not available

4 de abril de 2019

Resumen

Resumen- En el presente documento se abordan las ideas básicas adquiridas en clase ya que se utilizaron métodos para darle solución a estos y tener una respuesta acertada.

9-1. Locate the center of mass of the homogeneous rod bent into the shape of a circular arc.



Prob. 9-1

Solución:

Paso 1: Usamos el centroide de una línea.

$$\bar{x} = \frac{\int_A \bar{x} dA}{\int_A dA} \quad \bar{y} = \frac{\int_A \bar{y} dA}{\int_A dA}$$

Paso 2: Determinar dA .

$$\bar{x} = R \cos \theta$$

$$\bar{y} = R \sin \theta$$

$$dA = R d\theta$$

Paso 3: Resolver integrales y obtener resultado.

Comenzamos resolviendo $\bar{x}$, el límite va de $-\frac{2\pi}{3}$ a $\frac{2\pi}{3}$.

$$\bar{x} = \frac{\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} R^2 \cos \theta d\theta}{\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} R d\theta}$$

$$\bar{x} = \frac{R \left(\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \cos \theta \right)}{\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} d\theta}$$

Después integramos coseno para obtener seno y sustituimos θ .

$$\bar{x} = \frac{R \left[\left(\sin \left(\frac{2\pi}{3} \right) - \sin \left(-\frac{2\pi}{3} \right) \right) \right]}{\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} \right)}$$

Así después de realizar lo anterior se obtendrán los valores.

$$\bar{x} = \frac{((0.3)(1.732))}{4.189} = 0.124 \text{ m}$$

$$\bar{x} = 0.124 \text{ m}$$

Para resolver $\bar{y}$.

$$y^- = \frac{\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} R^2 \sin \theta d\theta}{\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} R d\theta}$$

$$y^- = \frac{R \int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \sin \theta d\theta}{\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} d\theta}$$

luego integramos seno para obtener - coseno y sustituimos θ .

$$y^- = \frac{\left[(-\cos(\frac{2\pi}{3}) + \cos(-\frac{2\pi}{3}))\right]}{\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{2\pi}{3}\right)}$$

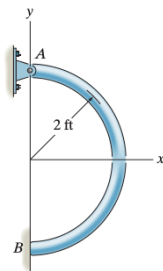
El resultado es:

$$y = \frac{(0.3)(0)}{1.189} = \frac{0}{4.189} = 0$$

$$y^- = 0$$

Problema 2.

9-2. Locate the center of gravity $\bar{x}$ of the homogeneous rod bent in the form of a semicircular arc. The rod has a weight per unit length of 0.5 lb/ft. Also, determine the horizontal reaction at the smooth support B and the x and y components of reaction at the pin A .



Prob. 9-2

Solución:

Paso 1. Determinar el centroide de una linea.

El centroide a calcular es de linea puesto que este es un alambre.

Paso 2: Determinar dL .

Para hacer esto realizaremos lo siguiente.

$$x = \frac{\int_L x dL}{\int_L dL} ; \quad y = \frac{\int_L y dL}{\int_L dL}$$

$$x = 2 \cos \theta$$

$$y = 2 \sin \theta$$

$$dL = 2\theta$$

Paso 3: Resolver integrales y obtener resultado.

resolveremos lero $x^\sim$.

$$x^\sim = \frac{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 2 \cos \theta \cdot 2 d\theta}{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 2 d\theta}$$

Despues integramos para cambiar de coseno a seno.

$$x^\sim = \frac{4[\sin \theta]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}}{[2\theta]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}}$$

Dando como resultado:

$$x^\sim = \frac{4}{\pi} ft$$

Determinaremos lo que vale A_x , A_y , B_x y B_y .

$$\Sigma \vec{F} = 0$$

$$\Sigma \vec{M} = 0$$

$$\Sigma F_x = 0$$

Para determinar lo anterior es necesario saber el valor W .

$$W = \left(0.5 \frac{lb}{ft}\right) (\pi \cdot 2ft) = \pi lb$$

Así dando $W = \pi \text{ lb}$

Determinamos Bx que es igual a:

$$Bx - Ax = 0$$

Utilizamos la formula de $(rx Fy - ry Fx)$.

$$rx = \left(\frac{4}{\pi}\right) ft$$

$$Fy = (-\pi \text{ lb})$$

$$ry = (-4 \text{ ft})$$

$$Fx = Bx$$

Estos datos los sustituimos en la formula anterior.

$$\left(\frac{4}{\pi}\right) ft (-\pi \text{ lb}) - (-4 \text{ ft}) Bx = 0$$

$$-4 \text{ ft} \cdot \text{lb} + 4 \text{ ft} Bx = 0$$

$$4 \text{ ft} Bx = 4 \text{ ft} \cdot \text{lb}$$

$$Bx = \frac{4}{4} \text{ lb} = 1 \text{ lb}$$

Pero $Bx = Ax$ por lo tanto Bx y By equivalen a 1 lb.

Despues calculamos Ay , que esto es igual a:

$$Ay - W = 0$$

$$Ay = W$$

Por lo que sabemos que W vale $\pi \text{ lb}$, entonces:

$$Ay = \pi \text{ lb}$$