Problemas sobre Columnas.

Josue Israel Esquivel Chavez[1]

[1]Affiliation not available

14 de mayo de 2019

la formula para la carga eléctrica de una columna fue derivada en 1757 por Leonhard Euler, el gran matemático suizo. El análisis de Euler se baso en la ecuación diferencial de la curva elástica:

$\frac{d\ ^2v}{dx^2} + \frac{P}{EI} = 0$

Encuentre la soluciona a esta ecuación y aplique las siguientes condiciones para obtener los valores para las constantes de integración:

$u\ _{x=0} = 0$

$u_{x=L} = 0$

Finalmente explique como obtener el siguiente resultado:

el primer paso es derivar

$u = C_1 \sin Lx + C_2 \cos Lx$

$v^1 = \frac{dv}{dx} = C_1 L \cos - C_2 L \sin\ Lx$

$u^n = \frac{d^2v}{dx^2} = C_1 L^2 \sin\ Lx - C_2 L^2 \cos Lx$

el segundo paso es factorizar

$-C_1 L^2 \sin\ Lx -\ C_2\ Lx\ \cos Lx +$

$\left(\frac{P}{EI}\right)(C_1 \sin\ Lx +\ C_2\ \cos Lx)\ = 0$

$C_1 L^2 \quad \sin \quad Lx \quad - \quad C_2 L^2 \cos \quad Lx \quad + \quad C_1\ \left(\frac{P}{EI}\right) \sin\ Lx + C\ _2\ \left(\frac{P}{EI}\right)\ \cos\ Lx = 0$

$C_1 \sin Lx \left(\frac{P}{EI} - x^2\right) + C_2\ \cos\ Lx \left(\frac{P}{EI} - x^2\right) = 0$

para resolver una ecuación diferencial debemos poner una solución que la satisfaga:

$\frac{d^2u}{dx^2} + \left(\frac{P}{EI}\right) u = 0$

se deriva.

$u = C_1 \sin \gamma\ x\ \ + C_2 \cos \gamma x$

$u^{\cdot} = \frac{dv}{dx} = C_1 \gamma \cos - C_2 \gamma \sin \gamma x$

$u^n = \frac{d^2\ u}{dx^2} = C_1 \gamma^2\ \sin\ \gamma x - C_2 \gamma \cos\ \gamma x$

se factoriza

$-C_1 \gamma^2 \sin \gamma x \quad - \quad C_2 \gamma^2 \cos \gamma x \quad + \left(\frac{P}{EI}\right)(C_1 \sin \gamma x + C_2 \cos \gamma x) = 0$

$C_1 \gamma^2 \sin \gamma x - C_2 \gamma^2 \cos \gamma x\ \ + C_1 \left(\frac{P}{EI}\right) \sin \gamma x + C_2 \left(\frac{P}{EI}\right) \cos \gamma x = 0$

$C_1 \sin \gamma x \left(\frac{P}{EI} - x^2\right) + C_2 \cos \gamma x \left(\frac{P}{EI} - x^2\right) = 0$

$\frac{P}{EI} = \gamma^2 \qquad \gamma = \sqrt{\frac{P}{EI}}$

$u = C_1 \sin \sqrt{\frac{P}{EI}} x + C_2 \cos \sqrt{\frac{P}{EI}\ \ } \ x$

$u = O \ I \quad x = 0$

$u = O \quad I \qquad x = L$

$C_1 \sin \sqrt{\frac{P}{EI}} \left(0\right) + C_2 \cos \sqrt{\frac{P}{EI}} \left(0\right) = 0$

Para: $u = 0 \quad\ x = L$

$u \left(x = L\right) \ = \ C_1 \sin \sqrt{\frac{P}{EI}\ } \ = \ 0 u \left(x = L\right) \ = \ C_1 \sin \sqrt{\frac{P}{EI} \qquad} \quad L = 0$

$\sin \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} L\right) = 0$

$\sqrt{\frac{P}{EI}} = L = n\pi$

se despeja P

$\frac{P}{EI} L^2 = n^2 \ \pi^2$

$p = \frac{n^2 \pi^2 EI}{L^2 \qquad}$

Para calcular la critica:

$n = 1$

$P_{cr} = \frac{n^2 \ EI}{L^2 \quad}$