Title

Math Solutions Consulting

1. Solución:

$X$ tiene una distribucion uniforme continua con $A=7$ and $B=10$. La funcion de densidad de $X$ es
$f(x)=\left\{\begin{matrix}1\\B−A\\\end{matrix};A\leq x\leq B\right.$
$\begin{matrix}f(x)&=\frac{1}{10−7};A\leq x\leq B\\&=\frac{1}{3}; 7\leq x\leq 10\end{matrix}$
$f(x)=\left\{\begin{matrix}\frac{1}{3},7&\leq x\leq 10\\0,& en otro caso \end{matrix}\right.$
Por lo tanto, la función de densidad es $X$ is

$$f(x)=\left\{\begin{matrix}\frac{1}{3},7\leq x\leq 10\\0\end{matrix}\right.$$

a)
$\begin{matrix}P(X\leq 8.8)&=\int\_{7}^{8.8}f(x)dx\\&=\int\_{7}^{8.8}\frac{1}{3}dx\\&=\frac{1}{3}\int\_{7}^{8.8}1dx\\&=\frac{1}{3}\int\_{7}^{8.8}1dx\\&=\frac{1}{3}(8.8−7)\\&=\frac{1}{3}⋅1.8\\&=0.6\end{matrix}$
b)
$\begin{matrix}P(7.4\leq X\leq 9.5)&=\int\_{7.4}^{9.5}f(x)dx\\&=\int\_{7.4}^{9.5}\frac{1}{3}dx\\&=\frac{1}{3}[x]9.5\\&=\frac{1}{3}(9.5−7.4)\\&=\frac{1}{3}⋅2.1\\&=0.7\end{matrix}$
c)
$\begin{matrix}P(X\geq 8.5)&=\int\_{8.5}^{10}f(x)dx\\&=\int\_{8.5}^{10}\frac{1}{3}dx\\&=\frac{1}{3}\int\_{8.5}^{10}1dx\\&=\frac{1}{3}\int\_{8.5}^{10}1dx\\&=\frac{1}{3}(10−8.5)\\&=\frac{1}{3}⋅1.5\\&=0.5\end{matrix}$

2. Solución:

(a) $P(X>7)=\frac{10−7}{10}=0.3$
(b) $P(2<X<7)=\frac{7−2}{10}=0.5$

3. Solución:

$$\begin{matrix} (a) El area izquierda de z es 1−0.3622=0.6378 que es cercano al valor \\0.6368 descrito en la tabla de la distribución normal. . Luego, z=0.35 . \\ (b) Por la tabla ,z=−1.21 . \\ (c) El area izquierda de z es 0.5000+0.4838=0.9838 . Luego, \\,z=2.14 . \\ (d) La distribución contiene un área de 0.025 a la izquierda de −z y, por lo tanto, un \\ area total de 0.025+0.95=0.975 a la izquierda de z. Luego,z=1.96 . \end{matrix}$$

4. Solución:

$$\begin{matrix} (a) z=(17−30)/6=−2.17. Area =1−0.0150=0.9850\\ (b) z=(22−30)/6=−1.33. Area =0.0918\\ (c) z\_{1}=(32−3)/6=0.33,z\_{2}=(41−30)/6=1.83. Area =0.9664−0.6293=0.3371\\ (d) z=0.84. Luego, x=30+(6)(0.84)=35.04\end{matrix}$$

$ (e) z\_{1}=−1.15,z\_{2}=1.15. Luego, x\_{1}=30+(6)(−1.15)=23.1 y x\_{2}=30+(6)(1.15)=36.9$

5. Solución:

$$\begin{matrix} (a) z=(224−200)/15=1.6. La fracción de vasos que contiene mas de 224ml\\ es P(Z>1.6)=0.0548\\ (b) z\_{1}=(191−200)/15=−0.6,Z\_{2}=(209−200)/15=0.6\\\begin{matrix}P(191<X<209)=P(−0.6<Z<0.6)/15=0.6\\ (c) z=(230−200)/15=2.0;P(X>230)=P(Z>2.0)=0.0228. Luego, \\(1000)(0.0228)=22.8 o aproximadamente 23 vasos se derramaran. \\ (d) z=−0.67,x=(15)(−0.67)+200=189.95 milimetros. \end{matrix}\end{matrix}$$

6. Solución:

$$\begin{matrix} (a) z=(10.075−10.000)/0.03=2.5;P(X>10.075)=P(Z>2.5)=0.0062\\ Por lo tanto, 0.62\% de los anillos tendran un diametro interior que excede 10.075cm.\\ (b) z\_{1}=(9.97−10)/0.03=−1.0,z\_{2}=(10.03−10)/0.03=1.0\\  \begin{matrix}P(9.97<X<10.03)=P(−1.0<Z<1.0)=0.8413−0.1587=0.6826\\ (c) z=−1.04,x=10+(0.03)(−1.04)=9.969cm\end{matrix}\end{matrix}$$

7. Solución:

$$\begin{matrix} (a) z=(10,175−10,000)/100=1.75. La proporción de los componentes que exceden 10.150\\ kilogramos de resistencia a la tension es =P(X>10,175)=P(Z>1.75)=0.0401\\ (b) z\_{1}=(9,775−10,000)/100=−2.25 and z\_{2}=(10,225−10,000)/100=2.25\\ Proporcion de componentes descartados =P(X<9,775)+P(X>10,225)=P(Z<\\−2.25)+P(Z>2.25)=2P(Z<−2.25)=0.0244\end{matrix}$$

8. Solución:

$$\begin{matrix} (a) z=(31.7−30)/2=0.85;P(X>31.7)=P(Z>0.85)=0.1977\\ Luego, 19.77\% de las barras de pan son mas largas que 31.7 centimetros. \\z\_{1}=(29.3−30)/2=−0.35,z\_{2}=(33.5−30)/2=1.75\\P(29.3<X<33.5)=P(−0.35<Z<1.75)=0.9599−0.3632=0.5967\\ Luego, 59.67\% de las barras de pan miden entre 29.3 y 33.5 centimetros. \\ (c) z=(25.5−30)/2=−2.25;P(X<25.5)=P(Z<−2.25)=0.0122\\ Luego, 1.22\% de las barras de pan miden menos que 25.5 centimetros de longitud. \end{matrix}$$

9. Solución:

$P(X>9)=\frac{1}{9}\int\_{9}^{\infty }x^{−x/3}dx=\left.\left[−\frac{x}{3}e^{−x/3}−e^{−x/3}\right]\right|\_{9}^{\infty }=4e^{−3}=0.1992$

10. Solución:

$$\begin{matrix} (a) P(X<1)=4\int\_{0}^{1}xe^{−2x}dx=\left.\left[−2xe^{−2x}−e^{−2x}\right]\right|\_{0}^{1}=1−3e^{−2}=0.5940\\ (b) P(X>2)=4\int\_{0}^{\infty }xe^{−2x}dx=\left.\left[−2xe^{−2x}−e^{−2x}\right]\right|\_{2}^{\infty }=5e^{−4}=0.0916\end{matrix}$$

11. Solución:

$$\begin{matrix}αβ=10;σ=\sqrt{αβ^{2}}\sqrt{50}=7.07\\\begin{matrix} (a) Usando integracion por partes, \\  P(X\leq 50)=\frac{1}{β^{α}Γ(α)}\int\_{0}^{50}x^{α−1}e^{−x/β}dx=\frac{1}{25}\int\_{0}^{50}xe^{−x/5}dx=0.9995\\ (b) P(X<10)=\frac{1}{β^{α}Γ(α)}\int\_{0}^{10}x^{α−1}e^{−x/β}dx. Usando la función incompleta de gamma con y=\\x/β, se tiene que \\  P(X<10)=P(Y<2)=\int\_{0}^{2}ye^{−y}dy=0.5940\end{matrix}\end{matrix}$$

12. Solución:

$$\begin{matrix} (a) \overline{x}=35.7 grams. \\ (b) \overline{x}=32.5 grams. \\ (c) Moda =29 grams. \end{matrix}$$

13. Solución:

$$\begin{matrix}μ\_{\overline{X}}=μ=240,σ\_{\overline{X}}=15/\sqrt{40}=2.372. Luego, μ\_{\overline{X}}\pm 2σ\_{\overline{X}}=240\pm (2)(2.372) es decir, la media esta entre\\235.257 y 244.743, lo cual indica que el valor de x=236 milimetros es razonable \\ y la maquina no necesita reparacion. \end{matrix}$$

14. Solución:

$$\begin{matrix}n=64,μ\_{\overline{X}}=3.2,σ\_{\overline{X}}=σ/\sqrt{n}=1.6/8=0.2\\ (a) z=(2.7−3.2)/0.2=−2.5,P(\overline{X}<2.7)=P(Z<−2.5)=0.0062\\ (b) z=(3.5−3.2)/0.2=1.5,P(\overline{X}>3.5)=P(Z>1.5)=1−0.9332=0.0668\\ (c) z\_{1}=(3.2−3.2)/0.2=0,z\_{2}=(3.4−3.2)/0.2=1.0\\ P(3.2<\overline{X}<3.4)=P(0<Z<1.0)=0.9413−0.5000=0.3413\end{matrix}$$

15. Solución:

$$\begin{matrix}\begin{matrix}n=50,\overline{x}=0.23 and σ=0.1. Luego z=(0.23−0.2)/(0.1/\sqrt{50})=2.12; entonces \\  P(\overline{X}\geq 0.23)=P(Z\geq 2.12)=0.0170\end{matrix}\\ Dicha probabilidad, dada una media de μ=0.20, es muy pequeña. \\ Luego, la media no es 0.20.\end{matrix}$$

16. Solución:

$$\begin{matrix} (a) 27.488\\ (b) 18.475\\ (c) 36.415\end{matrix}$$

17. Solución:

$$\begin{matrix} (a) χ\_{α}^{2}=χ\_{0.99}^{2}=0.297\\ (b) χ\_{α}^{2}=χ\_{0.025}^{2}=32.852\\ (c) χ\_{0.05}^{2}=37.652 . Luego, α=0.05−0.045=0.005. Por lo tanto, χ\_{α}^{2}=χ\_{0.005}^{2}=46.928\end{matrix}$$

18. Solución:

$$\begin{matrix} (a) P(T<2.365)=1−0.025=0.975\\ (b) P(T>1.318)=0.10 . \\ (c) P(T<2.179)=1−0.025=0.975,P(T<−1.356)=P(T>1.356)=0.10\\ Luego, P(−1.356<T<2.179)=0.975−0.010=0.875\\ (d) P(T>−2.567)=1−P(T>2.567)=1−0.01=0.99\end{matrix}$$

19. Solución:

$$\begin{matrix} (a) 2.71\\ (b) 3.51\\ (c) 2.92\\ (d) 1/2.11=0.47\\ (e) 1/2.90=0.34\end{matrix}$$

21. Solución:

$$\begin{matrix}s\_{1}^{2}=10.441 y s\_{2}^{2}=1.846 dan un valor f=5.66. Por la tabla de la distribución F, f\_{0.05}(9,7)=\\3.68 y f\_{0.01}(9,7)=6.72, La probabilidad de P(F>5.66) debe situarse entre 0.01 y \\0.05, la cual es muy pequeña. Luego, las varianzas no son iguales. Ademas, si \\ el software se puede usar, la probabilidad de F>5.66 puede hallarse 0.0162 , \\ o si los dos sentidos son considerados, P(F<1/5.66)+P(F>5.66)=0.026\end{matrix}$$