# Ejercicios sobre el método gráfico.

Claudia Yareli Mijares Muñoz.[1]

[1]Tecnológico Nacional de México - Campus Zacatecas Occidente

17 de febrero de 2020

Reddy Mikks produce pinturas para interiores y exteriores con dos materias primas ,M1 Y M2 la tabla siguiente proporciona las datos básicos del problema.

| | Toneladas de materia prima por tonelada de: | | Disponibilidad diaria. |
|---|---|---|---|
| | Pintura para **exteriores.** | Pintura para **interiores.** | Maxima (Toneladas) |
| Materia prima M1. | **6** | **4** | **24** |
| Materia prima M2 | **1** | **2** | **6** |
| Toneladas totales. | **5** | **4** | |

Figura 1: Materia prima que necesitamos.

Una encuesta de mercado indica que la demanda diaria de pintura para interiores no puede exceder la pintura para exteriores en más de una tonelada, así mismo que la demanda diaria máxima de pintura de interiores es de 2 toneladas .

Reddy Mikks se propone determinar la mejor combinación optima de pinturas para interiores y exteriores que maximicen la utilidad diaria total.

Para la realización de este ejercicio deberemos de tener en cuenta las 3 competencias básicas

1. Las variables de decisión.
2. El objetivo que necesitamos optimizar
3. Las restricciones que la solución debe satisfacer.

Se establece las siguientes variables.

$\chi_1$ = Toneladas producidas diariamente de pintura externa.

$\chi_2$ =Toneladas producidas diariamente de pintura interna.

La meta de Reddy es maximizar la utilidad diaria de ambas pinturas.

Utilidad de pintura para exteriores: $5X_1$(Miles de dolares)

Utilidad de pintura para interiores:$4\chi_2$(Miles de dolares)

Si Z representa la utilidad diaria total el **objetivo** se expresa a continuación.

**Maximizar "Z"**$= 5\chi_1 + 4\chi_2$

A continuación definimos las restricciones que limitan el consumo de las materias primas y la demanda del producto.

$(consumo\ de\ una\ materia\ prima\ por\ ambas\ pinturas) \leq (Disponibilidad\ máxima\ de\ materia\ prima.)$

El consumo diario de la materia prima $M_1$ es de 6 toneladas por tonelada de pintura para exteriores, y de 4 toneladas por tonelada de pintura para interiores.

$Consumo\ de\ materia\ prima\ M_1\ por\ ambas\ pinturas\ =\ 6x_1 + 4x_2\ \frac{toneladas}{día}$

Así mismo,

$Consumo\ de\ materia\ prima\ M_2\ por\ ambas\ pinturas\ =\ 1x_1 + 2x_2\ \frac{toneladas}{día}$

Las restricciones de las materias prima son:

$6x_1 + 4x_2\ \leq 24\ (Materia\ prima\ M_1)$

$x1 + 2x_2 \leq 6\ (Materia\ prima\ M_2)$

La primera restricción estipula que la producción diaria de pintura para interiores no debe exceder a la pintura para exteriores en más de 1 tonelada.

$x_2 - x_1 \leq 1\ (límite\ del\ mercado)$

La segunda restricción limita la demanda diaria de pintura para interiores a 2 toneladas

$x_2 \leq 2\ (límite\ de\ la\ demanda)$

$x_1 \geq 0\ y\ x_2 \geq 0$

Se conocen como **restricciones de no negatividad.**

Todos los valores de $\chi_1$ y $\chi_2$ que satisfacen la sicor restricciones constituyen una solución factible,es por ello que se presentan a continuación las restricciones que tiene dicho problema.

$6\chi_1 + 4\chi_2 \leq 24.$

$\chi_1 + 2\chi_2 \leq 6.$

$-\chi_1 + \chi_2 \leq 1.$

$\chi_2 \leq 2.$

$\chi_1 \geq 0.$

$\chi_2 \geq 0.$

La meta del problema es determinar la solución optima, es decir la mejor solución factible que maximice la utilidad total **Z.**

**SOLUCIÓN POR EL MÉTODO GRÁFICO**.

La solución gráfica incluye 2 pasaos .

1. determinar el espacio de soluciones factibles.
2. Determinar la solución óptima de entre todos los puntos localizados en el espacio de soluciones.

Para obtener la solución gráfica debemos de convertir las restricciones en ecuaciones y gráficarla.

Para convertir, las restricciones, simplemente es cambian los signos de desigualdad por signos de igualdad.

De las ecuaciones antes ya presentaras las despejaremos para así poder encontrar su valor tanto en $\chi_1$ y $\chi_2$ respectivamente en cada una de las ecuaciones.

**Restricción 1.**

$6\chi_1 + 4\chi_2 \leq 24.$

**Ecuación 1.**

$6\chi_1 + 4\chi_2 = 24.$

$4\chi_2 = 24 - 6\chi_1$

$\chi_2 = 24 - 6\chi_1 \div 4.$

$\chi_2 = 6 - \frac{3}{2}\chi_1.$

$\chi_2 = 6$

| $X_1$ | $X_2$ |
|---|---|
| 0 | 6 |
| 4 | 0 |

Figura 2: Tabla de valores.

$\chi_1 = 6 \cdot \frac{3}{2}.$

$\chi_1 = 4.$

**Restricción 2.**

$\chi_1 + 2\chi_2 \leq 6.$

**Ecuación 2.**

$\chi_1 + 2\chi_2 = 6.$

$\chi_2 = 6 - 1\chi_1 \div 2$

$\chi_2 = 3 - \frac{1}{2}\chi_1$

$\chi_2 = 3$

| $X_1$ | $X_2$ |
|---|---|
| 0 | 3 |
| 6 | 0 |

Figura 3: Tabla de valores.

$3 = \frac{1}{2}\chi_1$

$\chi_1 = 2 \cdot 3 = 6$

$\chi_1 = 6$

**Restricción 3.**

$-q_1 + \chi_2 \leq 1.$

**Ecuación 3.**

$-q_1 + \chi_2 = 1$

$\chi_2 = \frac{1+\chi_1}{1}.$

$\chi_2 = 1 + \chi_1$

$\chi_2 = 1$

| $\chi_1$ | $\chi_2$ |
| --- | --- |
| 0 | 1 |
| -1 | 0 |

Figura 4: Tabla de valores.

$1 = \chi_1.$

$\chi_1 = -1.$

**Restricción 4.**

$\chi_2 \leq 2.$

**Ecuación 4.**

$\chi_2 = 2$

$\chi_2 = \frac{2}{1} = 2$

**Restricción 5.**

$\chi_1 \geq 0.$

**Ecuación 5**

$\chi_1 = 0.$

**Restricción 6.**

$q_2 \geq 0$

**Ecuación 6.**

$q_2 = 0$

Ahora comenzare por cada uno de los puntos tanto para "$\chi_1\chi_2$" respectivamente de cada una de las ecuaciones para poder así gráficar estos mismos resultados antes ya mencionados.

$\chi_2 \leq 2.$

**Ecuación 4.**

$\chi_2 = 2$

$\chi_2 = \frac{2}{1} = 2$

**Restricción 5.**

$\chi_1 \geq 0.$

**Ecuación 5**

$\chi_1 = 0.$

**Restricción 6.**

$q_2 \geq 0$

**Ecuación 6.**

$q_2 = 0$

Ahora comenzare por cada uno de los puntos tanto para "$\chi_1\chi_2$" respectivamente de cada una de las ecuaciones para poder así gráficar estos mismos resultados antes ya mencionados.

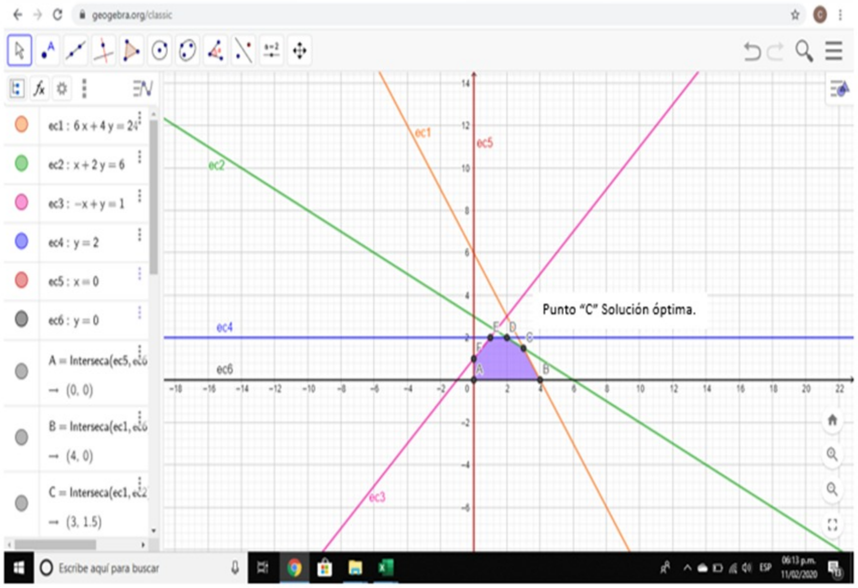


Figura 5: Gráfico de los puntos esquinas.

En el método gráfico la solución óptima siempre se encuentra en una de las esquinas del espacio de soluciones factibles.

solución de los puntos esquina.

$5\chi_1 + 4\chi_2$

**Para encontrar el valor del punto “C”**

$6\chi_1 + 4\chi_2 \leq 24$.Ecuación 1.

$\chi_1 + 2\chi_2 \leq 6$.Ecuación 2.

despejaremos $\chi_1$ de la ecuación 2.

$\chi_1 = 6 - 2\chi_2$(Ecua.3)

Sustituimos la ecuación 3 en la ecuación 1

$6\,(6 - 2\chi_2) + 4\chi_2 = 24$

$36 - 12\chi_2 + 4\chi_2 = 24$

$-8X_2 = 24 - 36$

$\chi_2 = \frac{-12}{-8} = 1.5$

$\chi_2 = 1.5$ (Ecuación 4)

Sustituyimos la ecuación 4 en la ecuación 3.

$\chi_1 = 6 - 2\,(1.5) = 3$

$\chi_1 = 3$

Por lo tanto puedo decir que las coordenadas de el punto C son :

$\chi_1 = 3$

$\chi_2 = 1.5$

solución de los puntos esquina.

$5\chi_1 + 4\chi_2$

**Coordenadas.**

A(0,0) D(2,2)

B(4,0) E(1,2)

C(3,1.5) F(0,1)

Sustitución en las coordenadas con cada uno de los puntos esquina para poder encontrar así el punto factible que cumpla con el **objetivo** principal del problema planteado.

Para A.

$5\,(0) + 4\,(0) = 0$

Para B.

$5\,(4) + 4\,(0) = 20$

Para C.

$5\,(3) + 4\,(1.5) = 21$

Para D.

$5\,(2) + 4\,(2) = 18.$

Para E.

$5\,(1) + 4\,(2) = 13$

Para F.

$5\,(0) + 4\,(1) = 4$

**Conclusión**

Necesitamos una combinación de producto diario de pintura para exteriores de 3 toneladas y de pintura para interiores de 1.5 toneladas, por lo tanto la utilidad diaria asociada sera de 21,000 dolares.

**EJERCICIO 2:Distribución de horas de trabajo y ping-pong.**

Asuma que quiere decidir entre formas alternas de pasar un día de 8 horas ,esto es,quieres acomodar tu tiempo.

Asuma que encuentras 5 veces más divertido jugar ping-pong en lugar de trabajar ,pero también sientes que debes trabajar ,al menos 3 veces las horas que juega pin-pong. Ahora el problema se reduce a saber cuantas horas jugar y cuantas veces trabajar, para maximizar tu objetivo diversión.

**Deberemos de tener en cuenta las siguientes variables.**

$\chi$ =Número de horas trabajando.

$y$ =Número de horas jugando.

**Objetivo del problema planteado.**

Si “F”representa la utilidad diaria total el objetivo se expresa a continuación.

**Maximizar “F”=** $\chi + 5y$**.**

A continuación se presentan cada una de las **restricciones** que tiene dicho problema.

$\chi + y \leq 8.$

$3y \leq \chi.$

$\chi, y \geq 0$

Para obtener la solución gráfica debemos de convertir las restricciones en ecuaciones y gráficarla.

Para convertir, las restricciones, simplemente es cambian los signos de desigualdad por signos de igualdad.

De las ecuaciones antes ya presentadas las despejaremos para así poder encontrar su valor tanto en $\chi$ y $y$ respectivamente en cada una de las ecuaciones.

**Restricción 1.**

$\chi + y \leq 8.$

**Ecuación 1.**

$\chi + y = 8.$

$y = 8 - \chi.$

| X | Y |
|---|---|
| 0 | 8 |
| 8 | 0 |

Figura 6: Tabla de valores.

Por lo tanto.

$\chi = 8.$

$y = 8.$

**Restricción 2.**

$3y \leq \chi.$

**Ecuación 1.**

$3y = \chi.$

$y = \frac{\chi}{3}.$

| X | Y |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 3 | 1 |

Figura 7: Tabla de valores.

$\chi = 3$

$y = \frac{\chi}{3}.$

$y = \frac{3}{3} = 1$

$y = 1$

Ahora bien tanto de la ecuación 1 y de la 2 debemos hacer lo siguiente.

**Ecuación 1.**

$\chi + y = 8.$

**Ecuación 2.**

$3y = \chi.$

Sustituyimos la ecuación 2 en la ecuación 1.

$3y + y = 8$

$4y = 8.$

$y = \frac{8}{4} = 2$

$y = 2.$

Ahora bien sustituiremos en la ecuación 2

$3y = \chi.$

$3\,(2) = \chi.$

$\chi = 6$

**Coordenadas .**

Para el punto A.(0,0)

$f = 0 + 5\,(0)$

$f = 0 + 0 = 0$

Para el punto B.(8,0)

$f = 8 + 5\,(0)$

$f = 8 + 0 = 8$

(6,2) las cuales corresponden al punto “C” ya que es la solución óptima.

Después de haber encontrado las coordenadas las sustituiremos en la “F”

Considerando que “F”= $\chi + 5y$.

Ahora bien tanto de la ecuación 1 y de la 2 debemos hacer lo siguiente.

**Ecuación 1.**

$\chi + y = 8.$

**Ecuación 2.**

$3y = \chi.$

Sustituyimos la ecuación 2 en la ecuación 1.

$3y + y = 8$

$4y = 8.$

$y = \frac{8}{4} = 2$

$y = 2.$

Ahora bien sustituiremos en la ecuación 2

$3y = \chi.$

$3\,(2) = \chi.$

$\chi = 6$

**Coordenadas .**

Para el punto A.(0,0)

$f = 0 + 5\,(0)$

$f = 0 + 0 = 0$

Para el punto B.(8,0)

$f = 8 + 5\,(0)$

$f = 8 + 0 = 8$

(6,2) las cuales corresponden al punto “C” ya que es la solución óptima.

Después de haber encontrado las coordenadas las sustituiremos en la “F”

Considerando que “F”$= \chi + 5y.$

**Representación gráfica.**

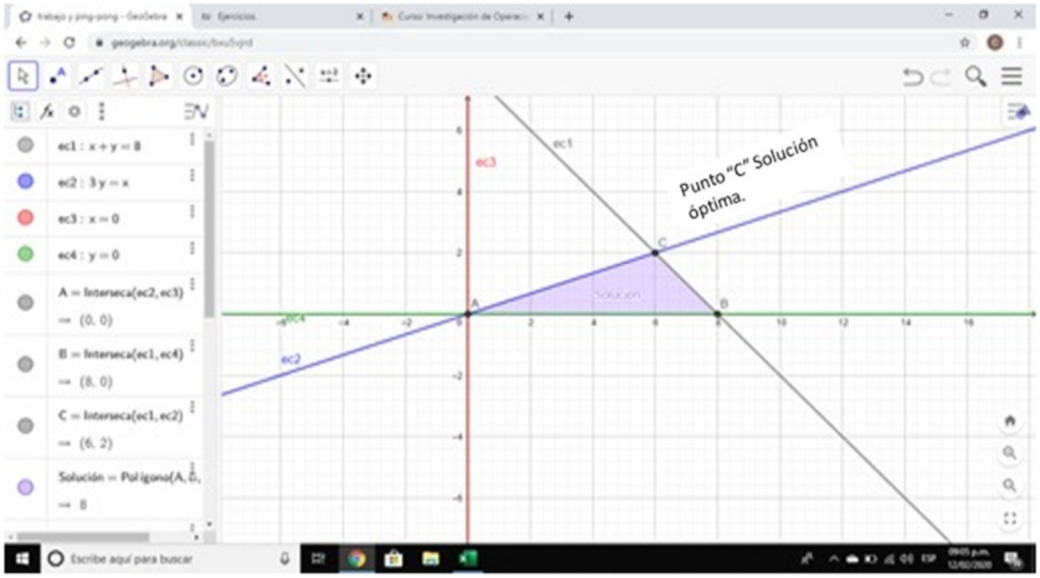


Figura 8: Gráfico de los puntos esquina del ejercicio 2.

$f = 6 + 5\,(2)$

$f = 6 + 10 = 16$

**Conclusión :** Nesesita dedicar 6 horas al trabajo y 2 horas al juego.

**EJERCICIO 3: Vendedor de hotdogs y refrescos .**

Un hombre maneja un carro de hot dogs y refrescos, su carrito solo puede con 210 libras. Un

hotdog pesa 2 onzas ;un refresco pesa 8 onzas de experiencia ,se sabe que se debe tener 60 refrescos y por lo menos 80 hotdogs, también se sabe que por cada 2 hotdogs que vende necesita por lo menos un refresco dado que obtiene 8 centavos de ganancia de cada hotdogs y 4 centavos en cada refresco encuentre cuantas sodas y cuantos hotdogs para maximizar las ganancias.

Por lo tanto deberemos de tener en cuenta las siguientes **variables**.

$\chi$=Número de hotdogs

$y =$ Número de refrescos.

**Objetivo del problema planteado.**

$Z = 0.08\chi + 0.04y$

**Restriciones.**

$\frac{\chi}{8} + \frac{y}{2} \leq 210$

$\chi \geq 80$

$y \geq 60$

$2y - \chi \geq 0$

$\chi, y \geq 0$

Ahora bien para obtener la solución gráfica debemos de convertir las restricciones en ecuaciones y así poder despejar cada una de ellas para encontrar sus valores correspondientes.

**Restricción 1.**

$\frac{\chi}{8} + \frac{y}{2} \leq 210$

**Ecuación 1.**

$\frac{\chi}{8} + \frac{y}{2} = 210$

$\frac{y}{2} = 210 - \frac{\chi}{8}$

$y = 210 - \frac{\chi}{8}(2)$

$y = 420 - \frac{\chi}{4}$

$\frac{\chi}{8} = 210 - \left(\frac{y}{2}\right)$

$\chi = 210 - \frac{y}{2}(8)$

$\chi = 210 - y(8)$

$\chi = 1680$

| x | y |
|---|---|
| 4 | 420 |
| 1680 | 4 |

Figura 9: Tabla de valores.

**Restricción 2.**

$\chi \geq 80$

**Ecuación 2.**

$\chi = 80$

$y = 0$

**Restricción 3.**

$y \geq 60$

**Ecuación 3.**

$y = 60$

$\chi = 60$

**Restricción 4.**

$2y - \chi \geq 0$

**Ecuación 4.**

$2y - \chi = 0$

$2y = 0 + \chi$

$y = \frac{\chi}{2}$

| x | y |
|---|---|
| 0 | 0 |
| -6 | 3 |

Figura 10: Tabla de valores.

$2y-\chi=0$

$2y=\chi$

$\frac{2y}{8}+\frac{y}{2}=210$

$\frac{y}{4}+\frac{y}{2}=210$

$\frac{3y}{4}=210$

$y=210\left(\frac{4}{3}\right)=280$ **Refrescos.**

$2\,(280)=560$

$\chi=560$ **Hotdogs**

Ahora deberé resolver la ecuación 2 con la ecuación 4

$y=60$

sustituimos en 2

$2\,(60)-\chi=0$

$\chi=120$

Resolver (1) con (3)

$\chi=80$

Sustituir en (1)

$10+\frac{y}{2}=210$

$\frac{y}{2}=200$

$y=400$

Para (1) y (4)

$y=60$

sustituimos en (1)

$\frac{\chi}{8}+30=210$

$\frac{\chi}{8}=180$

$\chi = 8\,(180) = 1140$

En la siguiente ecuacion de la maxima ganancia le daremos los valores obtenidos tanto en $\chi$ como en $y$.

Ecuación de la maxima ganancia.

**Z=0.08χ+0.04ψ**

**Representación Gráfica .**

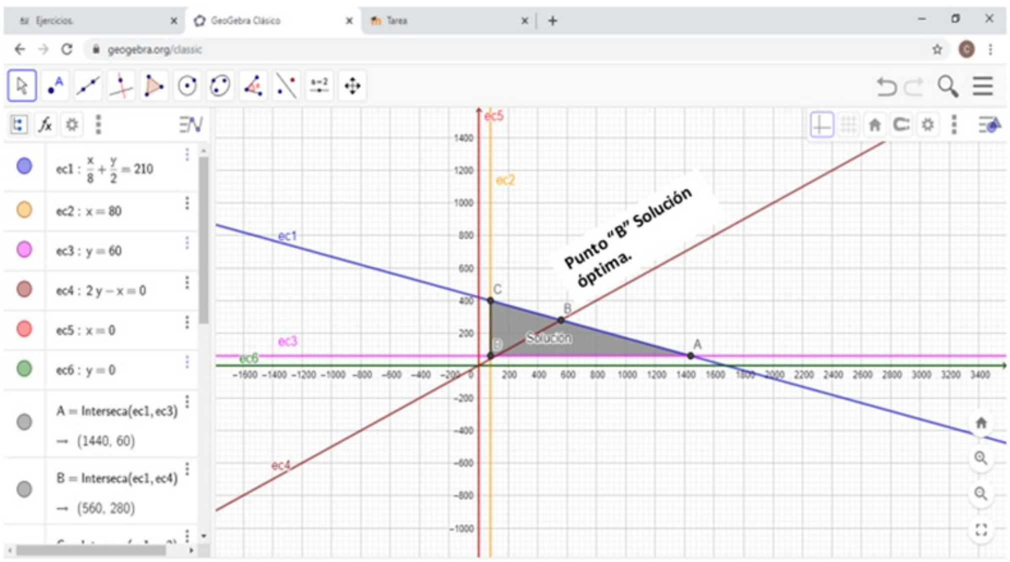


Figura 11: **Gráfico de los puntos esquina del ejercicio 3.**

Coordenadas para el punto "A"(1140,60)

$1140\,(0.08) + 60\,(0.04)$

$115.2 + 2.4 = 117.6$

Coordenadas para el punto "B"(560,280)

$560\,(0.08) + 28\,(0.04)$

$44.8 + 11.2 = 56$

$Z = 56$ **dolares sera la ganancia.**

Coordenadas para el punto “C”(80,400)

$80\,(0.08) + 400\,(0.04)$

$6.4 + 16 = 22.4$

Coordenadas para el punto “D”.(120,60)

$80\,(0.08) + 60\,(0.04)$

$6.4 + 2.4 = 8.8$

**Conclusión :**

la persona se debe de preparar con 560 hotdogs y 280 refrescos para tener una ganancia optima de 56 dolares .